Геометричні побудови за допомогою подвійної лінійки

ВСТУП

геометрія лінійка аксіоматика

Геометричні побудови є істотним чинником математичної освіти, вони являють собою потужне знаряддя геометричних досліджень.

Геометричні задачі на побудову зародилися ще в стародавній Греції в часи Евкліда і Платона.

Багато уваги приділяли конструктивним задачам творці сучасної математики : Декарт , Ферма , Ньютон , Паскаль , Ейлер , Гаус та ін..

У ХVII- XIX сс. розробляється теорія геометричних побудов за допомогою різних інструментів, відмінних від прийнятих древніми. Вже Леонардо да Вінчі розглядав побудови за допомогою лінійки та циркуля постійного розмаху. Данець Мор (1672), італієць Маськероні (1797), зробили великий внесок в розвиток теорії геометричних побудов .

Давно досліджувалося питання про можливість побудов за допомогою самої лише лінійки. Значних результатів у цьому досягли геометри Й.Г. Ламберт, Ш.Ж. Бріаншон, Ж.В. Понселе, Я.Штейнер.

Після робіт цих авторів з'являється ряд досліджень про побудови за допомогою двосторонньої лінійки (з паралельними кінцями ).

У 1890 р. Август Адлер довів можливість вирішення всіх завдань на побудову, розв'язаних циркулем і лінійкою, за допомогою так званої двосторонньої лінійки (тобто лінійки з двома паралельними краями.

В даний час теорія геометричних побудов представляє велику і глибоку область математики пов’язану з вирішенням різноманітних питань, що йдуть в інші гілки математики .

Актуальність дослідження. Геометричні побудови можуть зіграти серйозну роль у математичній підготовці школяра, тому дана тема є важливою та актуальною для вчителя математики. Жоден вид задач не дає стільки матеріалу для розвитку математичної ініціативи й логічних навичок учня, як геометричні задачі на побудову. Задачі на побудову зручні для закріплення теоретичних знань учнів за будь-яким розділом шкільного курсу геометрії. Вирішуючи геометричні задачі на побудову, учень здобуває багато корисних креслярських навичок .

Теорія геометричних побудов становить теоретичну основу практичної графіки: багато креслярських методів опираються на розв'язки геометричних задач на побудову. Геометричні побудови допомагають при розв’язуванні задач з геодезії, тому мають важливе практичне значення.

Таким чином, актуальність , об'єктивні соціально-педагогічні потреби та вимоги підготовки школяра зумовили доцільність цього дослідження і дали підстави для визначення його теми: «Геометричні побудови за допомогою двосторонньої лінійки».

Мета : розглянути геометричні побудови за допомогою двосторонньої лінійки та узагальнити теоретичний і практичний матеріал.

Для досягнення поставленої мети було визначено наступні завдання:

- на основі вивчення і аналізу геометричних побудов різними засобами, вивчити теоретичні положення геометричних побудов за допомогою двосторонньої лінійки;

- привести приклади рішення деяких задач.

Об'єктом є геометричні побудови різними засобами.

Предметом дослідження є геометричні побудови за допомогою двосторонньої лінійки.

Методами дослідження є навчальної та наукової літератури її систематизація та узагальнення.

Курсова робота складається із вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел.

РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОБУДОВ ЗА ДОПОМОГОЮ ДВОСТОРОННЬОЇ ЛІНІЙКИ

.1 Історична довідка

Теорія геометричних побудов займає значне місце в курсі елементарної геометрії і є одним з найбільш цікавих його розділом.

Геометричні побудови зародилися ще в стародавній Греції в часи Евкліда і Платона. Ще в ті часи, математики вміли будувати за допомогою циркуля і лінійки правильні трикутники, п'ятикутник і квадрати. Більше того, вони вміли за допомогою циркуля і лінійки ділити кут навпіл, тому вони вміли будувати і правильні шестикутники , десятикутники , п’ятнадцятикутники і всі правильні n-кутники [2,c.5].

Давньогрецькі математики вважали «істинно геометричним» ті побудови , що виконувалися циркулем та лінійкою , не признаючи «закони» використання інших засобів для розв’язання конструктивних задач. При цьому , відповідно Евклідовим постулатам , вони розглядали лінійку як нескінченну і односторонню , а циркулю приписували властивість креслити кола будь - яких розмірів. Але саме греки першими почали залучати для геометричних побудов інші засоби, відмінні від циркуля і лінійки. Так,наприклад Платон розв’язував задачу про подвоєння куба за допомогою двох прямих кутів [2,c.6].

Давньогрецькі геометри успішно справлялися з найважчими задачами на побудову за допомогою циркуля і лінійки. Так, наприклад Аполлоній Пергський вирішив відому задачу, що носить його ім'я: "Побудувати коло, що дотикається до трьох даних кіл". Деякі питання алгебри зв'язувалися в той час вченими з рішенням конструктивних задач. Наприклад, розв’язання рівнянь першого та другого степеня. Корені рівнянь знаходили з допомогою певних геометричних побудов[2,c.6].

Середньовіччя дало небагато в галузі розвитку конструктивної геометрії, хоча нею займалися багато математиків цього часу.

Тільки в новий час теорія геометричних побудов стала розвиватися далі у зв'язку зі створенням нових розділів математики [2,c.6].

Багато уваги приділяли конструктивним задачам творці сучасної математики : Декарт , Ферма , Ньютон , Паскаль , Ейлер , Гаус та ін..

У ХVII- XIX сс. розробляється теорія геометричних побудов за допомогою різних інструментів , відмінних від прийнятих древніми. Вже Леонардо да Вінчі розглядав побудови за допомогою лінійки та циркуля постійного розмаху . Данець Мор ( 1672 ) та італієць Маськероні (1797 ) вивчали побудови , виконувані циркулем , і виявили що циркуль дозволяє вирішити будь-яку конструктивну задачу , розв'язану циркулем і лінійкою. До не менш цікавим висновкам приходять основоположники проективної геометрії Штейнер (1833 ) і Понселе (1822 ) , які досліджували побудови , що виконуються лінійкою за наявності накресленого кола з зазначеним центром .

Після робіт цих авторів з'являється ряд досліджень про побудови за допомогою двосторонньої лінійки (з паралельними кінцями ) , за допомогою косинця і інших інструментів [2,c.7].

У 1890 р. Август Адлер довів можливість вирішення всіх завдань на побудову , розв'язаних циркулем і лінійкою , за допомогою так званої двосторонньої лінійки (тобто лінійки з двома паралельними краями ) , або за допомогою прямого або гострого кута ( а отже , і кутника ) [1,c.5].

Таким чином , для вирішення будь-якої задачі на побудову, вирішуваною циркулем і лінійкою , достатньо одного з наступних інструментів: циркуль , двостороння лінійка , прямий або гострий кут . Зрозуміло , комбінуючи ті чи інші з цих інструментів , можна отримати рішення , більш просте по техніці виконання .

Cеред задач на побудову особливе місце займають задачі на побудову обмеженими засобами. Складність їх у тому, що побудова виконується тільки циркулем , тільки односторонньою лінійкою або тільки двосторонньою лінійкою. В подальшому , будуть розглянуті задачі на побудову за допомогою самої лише двосторонньої лінійки.

Давно досліджувалося питання про можливість побудов за допомогою самої лише лінійки. Значних результатів у цьому досягли геометри Й.Г. Ламберт, Ш.Ж. Бріаншон, Ж.В. Понселе, Я.Штейнер.

У XVIII столітті швейцарець Ламберт розглядав і деякі завдання на побудову на обмеженому шматку площини. Питання про побудовах « з недоступними елементами » неодноразово вивчалося , оскільки воно представляє великий інтерес для практики кресляра і геодезиста [2,c.7].

Можливість розв’язування задач на побудову за допомогою лише самої лінійки має велике практичне значення. Наприклад, при розв’язуванні багатьох задач з геодезії , особливо зручно виконувати побудови, користуючись тільки лінійкою.

.2 Аксіоматика геометричних побудов за допомогою двосторонньої лінійки

Відомо, що Евклід для побудови геометрії застосував аксіоматичний метод . Суть методу полягає в слідуючому :

. Вводяться первісні, не означувані поняття , які називаються основними поняттями і складаються з основних об’эктів і основних співвідношень між ними ;

. Формулюються властивості основних понять у вигляді очевидних тверджень , які приймаються без доведення і називаються аксіомами ;

. За допомогою аксіом доводяться інші твердження - теореми, розв’язуються задачі в певній послідовності - від простіших до складніших. Так будується теорія.

Аксіоматичний підхід досить зручний і в теорії геометричних побудов. Він забезпечує засвоєння геометричних тверджень в певній послідовності, від простіших до складніших . І, цим самим, систематизує знання [19,c.5].

При побудові фігур користуються різними інструментами ,при чому всі вони ідеалізовані. Наприклад, лінійка вважається двосторонньою, якщо вона використовується двома своїми сторонами для проведення прямих ліній. Ідеалізація лінійки полягає в тому , що за її допомогою можна провести як завгодно довгі відрізки , промені та прямі на площині.

Про олівець у аксіомах не говориться проте його присутність при побудові фігур обов’язкова. Він використовується для позначення точок та проведення ліній і їх частин. Він також має ідеальні властивості. Вважають ,що точка, відмічена олівцем, не має розмірів, лінія, проведена за допомогою олівця , має лише один лінійний розмір, - довжину.

Як було вже сказано, для виконання геометричних побудов можна користуватися різними інструментами . Кожен із інструментів , призначених для побудови геометричних фігур на площині , має свої властивості, які формулюються у вигляді аксіом [19,c.6].

Сформулюємо аксіоми двосторонньої лінійки.

До них входять три аксіоми лінійки:

. Якщо дано дві точки , то можна побудувати відрізок , що їх сполучає.

. Через дві дані точки можна провести пряму.

. Через дві дані точки можна провести промінь з вершиною в одній із них.

Та безпосередньо аксіоми двосторонньої лінійки :

. В кожній із двох півплощин , на які розбивається площина даною прямою , можна побудувати прямі ,паралельні даній прямій, на відстані від неї , що дорівнює ширині лінійки.

. Через дві данні точки , відстань між якими більша від ширини лінійки, можна провести дві паралельні прямі , на відстані , що дорівнює ширині лінійки [19,c.6].

До найелементарніших задач, які виконуються за допомогою лише лінійки , належать:

. Побудова паралельних прямих , відстань між якими дорівнює R (R- ширина лінійки).

. Побудова двох паралельних прямих через дві задані точки(лінійку умовно вважаємо по довжині безмежною) [5,c.165].

Теоретичною основою для побудови є властивості паралелограмів. На них я й спиратимусь ,обґрунтовуючи побудови [5,c.166].

В шкільному курсі геометрії аксіомами конструктивної геометрії не користуються, але їх мають на увазі в процесі всього розв’язування задач. При обґрунтуванні вірності роз’язків користуються твердженнями елементарної геометрії [19,c.7].

.3 Взаємозамінність двосторонньої лінійки з циркулем і лінійкою

Доведемо, що двостороння лінійка взаємозамінна з циркулем і лінійкою. Для цього доведемо наступні твердження:

Твердження 1: всі побудови, що здійснюються циркулем і лінійкою, здійснюються за допомогою двосторонньої лінійки:

Так як при побудові циркулем і лінійкою лінійка проводить пряму між двома точками, а циркуль будує коло (знаходить безліч точок, рівновіддалених від даної), то всі побудови циркулем і лінійкою зводяться до побудови перетину двох прямих, двох кіл та кола з прямою.

Перетин двох прямих.

Так як дві непаралельні прямі перетинаються в одній точці (інакше за аксіомою про розташування точок і прямих вони співпадуть), то продовжуючи прямі нескінченно , ми , рано чи пізно , знайдемо цю точку .

Перетин кола і прямої ( мал.1) :

Побудова: Нехай дано відрізок  - радіус кола , пряма , центр кола О, тоді:

) Проводимо  .

) Проводимо  і віддалену на відстань -  .

) Проводимо 

) Проводимо .

) Застосовуючи третю властивість , прикладаємо лінійку між  і  , отримуємо перетин з  і . Вони є шуканими точками.



Мал.1

Доведення:

) Розглянемо  (відповідно) означає  ( з наслідку теореми про суміжні кути ) .

) , (, див. п. 1,  - спільний) .

)З наслідку теореми Фалеса :



) За законом транзитивності рівностей :



) Розглянемо  .  - паралелограм , оскільки  (сторони лінійки паралельні ) . Доведемо , що це ромб.

.1) Проводимо  и , тоді 

.2)  ( навхрест лежачі ) ;  (відповідно) .

.3)  ( прямокутні за катетом і гіпотенузою ) .

.4) У паралелограмі відповідні сторони рівні Ю ромб за визначенням.  і ОЕ = ОМ Ю ОС = ON , що й потрібно було довести [22,c.14].

Твердження 2 : всі побудови , здійснимі за допомогою двосторонньої лінійки, здійснимі за допомогою циркуля і лінійки.

Для цього виконаємо побудови , стандартні для двосторонньої лінійки за допомогою циркуля і лінійки.

) Пряма по двох точках легко будується за допомогою лінійки.

) Побудова прямої , паралельно даної і віддаленій від неї на дану відстань :

.1) Нехай дана пряма  і відрізок довжини a .

.2) Будуємо довільну пряму  (побудова відома , описувати сенсу не має), нехай .

.3) По обидві сторони від точки B на прямій b відкладаємо відрізок довжини a , нехай точки і  - кінці відрізка.

.4) Через точку  будуємо пряму  (побудова відома, описувати сенсу не має).

.5) Через точку  будуємо пряму  (побудова відома , описувати сенсу не має).

.6) Прямі  - шукані , так як  рівні, a з побудови дорівнюють відстані між прямою і прямими.

) Побудова прямих , паралельних між собою , що проходять через дві дані точки , причому відстань між якими дорівнює даному відрізку :

.1) Нехай дано точки  і відрізок довжини  .

.2 ) Будуємо коло з центром в точці і радіусом.

.3) Будуємо дотичну до даного кола через точку  ; таких дотичних дві , якщо B лежить поза колом ( якщо  ) , одна , якщо  лежить на колі (якщо  ) , жодної, якщо  лежить всередині кола (  ) . Ця дотична є однією з шуканих прямих ; залишилося провести через точку A пряму , паралельну їй .

.4) Так як одна з прямих перпендикулярна радіусу кола як дотична , то друга також перпендикулярна йому (так як вони паралельні ) , отже , відстань між ними дорівнює радіусу, який з побудови дорівнює - *a*, що й потрібно було отримати [22,c15].

Таким чином, ми довели взаємозамінність двосторонньої лінійки з циркулем і лінійкою.

.4 Задачі на побудову

Задача на побудову полягає в тому, що потрібно побудувати наперед вказаними інструментами деяку фігуру, якщо дана деяка інша фігура і зазначені деякі співвідношення між елементами шуканої фігури і елементами даної фігури .

Кожна фігура, яка задовольнить умовам завдання називається розв’язком цієї задачі. Аксіоми інструментів, якими виконуються побудови, називаються елементарними побудовами.

Знайти рішення задачі на побудову - значить звести до кінцевого числа основних побудов , тобто вказати кінцеву послідовність основних побудов , після виконання яких шукана фігура буде вже вважатися побудованою в силу прийнятих аксіом конструктивної геометрії. Перелік допустимих основних побудов, а отже, і хід розв'язання задачі істотно залежить від того, які саме інструменти використовують для побудов.

Швидкість розв’язування задачі залежить від кількості елементарних побудов, до яких вона зводиться. А це в свою чергу залежить від креслярських інструментів, які застосовуються. Точність розв’язування не залежить від вибору інструментів. Важливо, щоб задачу правильно було зведено до елементарних побудов [19,c.7].

Як приклад розглянемо таку задачу:

побудувати середину відрізка, заданого своїми кінцями .

Знайдемо розв’язок цієї задачі за допомогою різних інструментів .

. Циркулем і лінійкою (Мал.1).

Будуємо послідовно:

) пряму (друга аксіома лінійки );

) коло  (перша аксіома циркуля );

) коло ;

) спільні точки і кіл і ( аксіома VII );

) загальну точку прямих;

Легко переконатись , що, тобто точка шукана.



Мал.1

Справді, трикутники і рівні за трьома сторонам, тому (мал. 1а)



Мал.1а

Отже, відрізок - бісектриса рівнобедреного трикутника, а значить, і медіана, тобто точка  - середина відрізка  [2,c.22-23].

. Двосторонньою лінійкою (Мал.2).

Будуємо послідовно :

) пряму (друга аксіома лінійки );

) пряму *а* паралельну  (четверта аксіома двосторонньої лінійки );

і проходить на відстані  від неї (  - ширина лінійки );

) пряму, паралельну *а* , віддалену від неї на відстані  і відмінну від прямої  ;

) точку  на прямій *в* ( аксіома VIII ) ;

) прямі  ;

) точки  ( аксіома VII ) ;

) прямі  ;

) точку  ;

) пряму ;

) точку  .

Так як  - середня лінія трикутника  , то  - його медіани, а отже , і  - медіана , так що точка  шукана [2,c.24].



Мал.2

Може виявитися так, що будь - яка задача на побудову має декілька різних рішень, тобто існує кілька різних фігур, що задовольняють всім умовам задачі. Так, наприклад, до двох даних зовні розташованих кіл можна провести, як відомо, різні загальні дотичні [2,c.25].

Розв’язати задачу на побудову - значить знайти всі її розв’язки .

.5 Задачі на побудову в шкільних підручниках

Рішення задач на побудову за допомогою строго обмеженого набору креслярських інструментів (у школі це циркуль і лінійка) - традиційна математична гра.

Як і всяка гра , вона має свої суворі правила, що включають в себе наступні етапи:

. аналіз умов завдання , в ході якого намічається план побудови;

. перерахування всіх кроків побудови;

. доказ того, що побудована фігура - шукана, тобто має всі властивості , про які йдеться в умові завдання;

. виконання досліджень, тобто з'ясування того скільки рішень має задача , різними рішеннями прийнято вважати лише нерівні фігури, що задовольняють умові завдання [19,c.9].

У сформованій практиці навчання існують різні думки щодо необхідності виконання кожного з чотирьох етапів (аналіз, побудова, доказ, дослідження) рішення задачі на побудову, а також форм реалізації цих етапів.

На даний момент в переважній більшості шкіл курс планіметрії викладається або за підручником Л.С. Атанасян «Геометрія7 -9», або за підручником А.В. Погорєлова «Геометріі7 - 9».

Як у підручнику Л.С. Атанасян, так і в підручнику А.В. Погорєлова учням спочатку пропонується елементарні геометричні задачі на побудову. До числа таких завдань різні автори відносять різні завдання. Найбільш вдалим, на мій погляд, є список елементарних задач на побудову, представлений в підручнику Л.С. Атанасян « Геометрія7 -9».

Однак у шкільних підручниках, як правило, немає повного опису реальних властивостей креслярських інструментів, які використовуються для геометричних побудов. Немає і чіткого формулювання завдань на побудову .

Як вже зазначалося, для побудов в шкільному курсі геометрії використовується циркуль і лінійка, і тому учнів, корисно ознайомити з аксіомами циркуля і лінійки. Крім того, школярам цікаво буде дізнатися про можливість виконання побудови іншими інструментами : однією лінійкою , одним циркулем , двосторонньої лінійкою. Для цього вчителеві доцільно ознайомитись та використовувати посібник Б.І. Аргунова та М.Б.Балка і журнал У світі математики стаття В.С. Барбуляка, в яких досить вдало підібрано, як теоретичні основи, так і їх практичне застосування тобто задачі.

РОЗДІЛ ІІ. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОБУДОВ ЗА ДОПОМОГОЮ ДВОСТОРОННЬОЇ ЛІНІЙКИ

.1 Задачі на побудову за допомогою двосторонньої лінійки

1. Побудувати бісектрису даного кута [2,c.166] .

Аналіз . Нехай дано кут  (Мал.1 )

Якщо побудову виконано, то видно, що прямі, які паралельні сторонам кута й лежать на відстані R від них, і самі, сторони цього кута утворюють смуги перерізом яких є ромб. Його діагональ і є бісектрисою даного кута .

Звідси і випливає потрібна побудова.

Мал.1

2. Подвоїти даний кут [2,c.166] .

Побудова . Дано кут  (Мал.2).

Проведемо пряму а , паралельну  , на відстані  від  . Через точку  перетину прямої з  й точку  проводимо дві паралельна прямі в і  і буде другою стороною подвоєного кута (перша сторона ).





Мал.2

. Провести серединний перпендикуляр до даного відрізка  [2,c.167].

Побудова:

1) Через точки  і  (Мал. 3) проводимо дві пари паралельних прямих.  є серединним перпендикуляром .

Доведення . Перерізом двох смуг однакової ширини є ромб . Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні й діляться точкою перетину навпіл.

Отже ,  .



Мал.3

4. Через дану поза прямою точку провести пряму , паралельну даній [2,c.167].

Побудова :

1) До даної прямої *М1С1* (мал.4) через дану точку А під довільним кутом проведемо пряму *АА1* .

2) До прямої *АА1* можна провести безліч паралельних прямих, що лежать на відстані Р одна від одної. Проведемо п’ять прямих

, . Пряма  є шуканою.

Доведення.  . За теоремою Фалеса 

. Аналогічно  . Тому  - середня лінія .



Мал.4

5. Провести перпендикуляр до прямої через дану поза нею точку [2,c.168].

Побудова. Нехай дано пряму *a* й точку  (Мал.5)

) Вибираємо на прямій дві довільні точки  й будуємо серединний перпендикуляр  до .

) Через дану точку М проводимо пряму  ,паралельну . Вона і є шуканою прямою.



N Мал.5

Розглянемо кілька задач , що , як правило розв’язуються за допомогою циркуля і лінійки.

6. На даній прямій в побудувати відрізок, конгруентний з даним [2,c.168].

Аналіз. Розв’язання задачі зводиться до побудови рівнобедреного трикутника, бічною стороною якого є даний відрізок .

Побудова . Нехай дано відрізок  і пряму  (Мал.6).

) Продовжимо відрізок  до перетину з прямою .

2) Проводимо бісектрису утвореного кута .

3) З точки проводимо перпендикуляр до побудованої бісектриси .

4) Продовжуємо його до перетину з прямою  . Отримаємо рівнобедрений трикутник  . В ньому бісектриса є висотою і медіаною.

5) З точки  теж проводимо перпендикуляр до бісектриси  до перетину з прямою b . Знову отримуємо рівнобедрений трикутник . Отже , .



Мал.6

7. Перенести даний відрізок по прямій , на задану відстань , не роблячи поміток на лінійці [2,c.169].

Побудова . Нехай дано відрізок  і точка  (Мал.7).

) Проведемо пряму  , паралельну .

) Через точки  проводимо . Ці прямі перетнуть пряму m відповідно в точках  .

) Точку  сполучаємо з точкою  .

) Проведемо  ..

) Відрізок  шуканий.



Мал.7

8. Побудувати квадрат за сумою сторони й діагоналі [2,c.169].

Аналіз . Припустимо, що  - шуканий квадрат (Мал. 8).  - дана сума сторони й діагоналі,  - діагональ ,  рівнобедрений ,   . За властивістю зовнішнього кута трикутника маємо : . Звідси     .  - серединний перпендикуляр до відрізка. Точка  є вершиною шуканого квадрата . Друга його вершина - точка  . Точка  - третя його вершина .

Побудова:

) Відкладаємо відрізок , який дорівнює сумі сторони й діагоналі квадрата .

) Будуємо кут (прямий кут ділимо навпіл , а потім навпіл ділимо кут  )

) З точки  проводимо перпендикуляр до перетину із стороною  кута  .

) Проводимо серединний перпендикуляр до .

 ,  й  - вершини шуканого квадрата .

) З точок  і  проводимо перпендикуляри до прямих  і .

Точка - четверта вершина квадрата .



Мал.8

Доведення. Оскільки  - серединний перпендикуляр до  ,то  , . Кут  , як зовнішній до  дорівнює  , значить ,  прямокутний і рівнобедрений . Отже ,  - шуканий квадрат.

Дослідження . Оскільки за катетом і гострим кутом можна побудувати лише один прямокутний трикутник , і з точки  до  провести єдиний перпендикуляр , то задача має лише один розв’язок.

9. Побудувати центр кола, якщо він не заданий [16,c.152].

Побудова: (Мал.9)

1) Проведемо пряму , що перетинає

коло в точках; , де  - точка перетину прямої

з колом.

) Через точку проведемо паралельно 

пряму  перетинає коло в точці .

) Поєднавши  з  і  з , отримаємо шукану точку - центр кола.



Мал.9

10. Дано відрізок  даної довжини . Побудувати відрізок, довжина якого дорівнює [16,c.153].

Побудова: (Мал.10)

1) Проведемо  через точку .  безпосередньо.

) Проведемо і , де , а  .

) Відомим способом розділимо  навпіл і проведемо медіани трикутника .

) За властивістю медіани трикутника  - шуканий відрізок



Мал.10

ВИСНОВКИ

Проведене теоретичне дослідження, присвячене геометричним побудовам за допомогою двосторонньої лінійки , дозволило розв’язати поставлені завдання і сформулювати основні результати дослідження.

Геометричні побудови , або теорія геометричних побудов - розділ геометрії, де вивчають питання і методи побудови геометричних фігур , використовуючи ті чи інші елементи побудови . Геометричні побудови вивчаються як в геометрії Евкліда , так і в інших геометріях , як на площині , так і в просторі. Класичними інструментами побудови є циркуль і лінійка (одностороння математична), проте, існують побудови іншими інструментами, наприклад тільки однієї двосторонньою лінійкою (з паралельними краями).

У своїй роботі я, проаналізувавши та вивчивши літературу з теорії геометричних побудов, розглянула та вивчила геометричні побудови на площині, що виконуються за допомогою однієї двосторонньої лінійки, застосувала отримані знання при вирішенні практичних завдань.

Також, мною було розглянуто взаємозамінність двосторонньої лінійки з циркулем і лінійкою. Зроблено аналіз шкільних підручників та посібників , використання яких доцільне при вивченні теорії геометричних побудов.

Підсумовуючи загалом, відзначимо: поставлені завдання вирішені, мета дослідження досягнута.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Адлер А. Теорія геометричних побудов <http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/adler.htm> - Пер. з нім. Г. М. Фіхтенгольц - Видання третє. - Л. : Учпедгіз, 1940. - 232 с.

2. Аргунов Б.І., Балк М.Б. Геометричні побудови на площині : <http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/geopost.htm> Посібник для студентів педагогічних інститутів <http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/geopost.htm> - Видання друге. - М .: Учпедгіз, 1957. - 268 с.

. Атанасян Л.С. Вивчення геометрії в 7-9 класах. Посібник для вчителів / Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Глазков Ю.А. та ін. - 7-е вид. -М., Просвещение, 2009. -255 с.

. Атанасян Л.С. та ін Геометрія. 7-9 класи: навч. для загаль. установ / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев та ін]. - 20-е вид. - М.: Просвещеніе, 2010. - 384 с.

5. Барбуляк В.С. //У світі математики. -К.: ТВіМС,1998.-№ 14- с.165-174.

. Богданова Т.А., Лебедєв М.М. Геометричні побудови обмеженими засобами - Володимир, 1970 г.

7. Болтянський В.Г. Елементарна геометрія. -М.; Л.: Держтехвид.,1948

. Гейлер В.А. Нерозв'язні завдання на побудову <http://www.pereplet.ru/nauka/Soros/pdf/9912\_115.pdf>. - МОР, - 1999. - № 12. - С. 115-118.

. Геометрія: Підр. для 7-9 кл. загаль. установ / А. В. Погорєлов. - 2-е вид. - М.: Просвещеніе, 2001. - 224 с.

10. Зетель С.І. Геометрія лінійки і геометрія циркуля. Видання друге доп.. -М. : Учпедгіз,1957. -162 с.

11. Каган В.Ф. Нариси з геометрії . - М.,Вид. ун-та.,1963. - 566 с.

. Кириченко В. А. Побудови циркулем і лінійкою і теорія Галуа <http://www.mccme.ru/dubna/2005/notes/kirichenko.ps.gz> - Літня школа "Сучасна математика". - Дубна: 2005.

. Манін Ю. І. Книга IV. Геометрія / / Енциклопедія елементарної математики <http://ilib.mccme.ru/djvu/encikl/enc-el-4.htm> . - М .: Фізматгіз, 1963. - 568 с.

14. Місюркеев І.В. Геометричні побудови : Посібник для вчителів .- М.: Учпедгіз , 1950.- 147 с.

15. Олександров А.Д. Основи геометрії : Учб.пос. для вузів . - М.: Наука. Гол.ред. фіз.-мат. лпт., 1987.- 288 с.

16. Олександров І. І. Збірник геометричних задач на побудову <http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/alexandrov.htm> - Видання вісімнадцяте. - М .: Учпедгіз, 1950. - 176 с.

. Перепьолкін Д.І. Геометричні побудови в середній школі: Посібник для вчителів.: М.: Учпедгиз, 1953. - 84 с.

. Петерсен Ю. Методи і теорії розв'язання геометричних задач на побудову <http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/krutikov.htm> . - М .: Друкарня Е. Лісснер та Ю. Романа, 1892. - 114 с.

19. Ульшин П.І. Геометричні побудови : Навчальний посібник для студентів фізмат факультетів педінституту .- Кр.Ріг, 1996

. Факультативний курс з математики. 7-9 / Сост. І. Л. Нікольська - М .: Просвітництво <http://znaimo.com.ua/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%81%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%BD%D0%B8%D1%86%D1%82%D0%B2%D0%BE\_(%D0%B2%D0%B8%D0%B4%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B8%D1%86%D1%82%D0%B2%D0%BE)>, 1991. - 383 с.

21. Філіповський Т.Б. Чудові обмеження в завданнях на побудову . / Т.Б. Філіповський . - Х.: Основа, 2011.-143 с.

22. Четверухін Н.Ф. Методи геометричних побудов : Посібник для педінститутів . Вид. друге. - М.,Учпедгіз ,1952. -164 с.

. Шоластер М.М. Елементарна геометрія. Під редакцією Іваницької В.П. - М.: Державне навчально-педагогічне видавництво міністерства освіти РРФСР, 1959. - 272 c.

. Штейнер Я. Геометричні побудови, що виконуються за допомогою прямої лінії і нерухомого кола <http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/shteiner.htm>. - М .: Учпедгіз, 1939. - 80 с.