Кыргызский Национальный Университет ИМ. Ж. Баласагына

**CPC**

**на тему: Интерполяционная формула Гаусса**

Выполнил: ст.гр. “ПМиИбк-14”

Туляев Т.T.

Преподаватель кафедры “МИиК”

Назарбаев Ф.Т.

Введение

Иоганн Карл Фридрих Гаусс (30 апреля <https://ru.wikipedia.org/wiki/30\_%D0%B0%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%BB%D1%8F> 1777 <https://ru.wikipedia.org/wiki/1777\_%D0%B3%D0%BE%D0%B4>, Брауншвейг <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D1%80%D0%B0%D1%83%D0%BD%D1%88%D0%B2%D0%B5%D0%B9%D0%B3> - 23 февраля <https://ru.wikipedia.org/wiki/23\_%D1%84%D0%B5%D0%B2%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8F> 1855 <https://ru.wikipedia.org/wiki/1855\_%D0%B3%D0%BE%D0%B4>, Гёттинген <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%91%D1%82%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D0%BD>) немецкий <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F> математик <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0>, механик <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0>, физик <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA>, астроном <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC> и геодезист <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%B7%D0%B8%D1%81%D1%82>. Считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков»[3] <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B0%D1%83%D1%81%D1%81,\_%D0%9A%D0%B0%D1%80%D0%BB\_%D0%A4%D1%80%D0%B8%D0%B4%D1%80%D0%B8%D1%85>. Лауреат медали Копли <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B4%D0%B0%D0%BB%D1%8C\_%D0%9A%D0%BE%D0%BF%D0%BB%D0%B8> (1838), иностранный член Шведской <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%B2%D0%B5%D0%B4%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F\_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F\_%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%B4%D0%B5%D0%BC%D0%B8%D1%8F\_%D0%BD%D0%B0%D1%83%D0%BA> (1821) и Российской <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F\_%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%B4%D0%B5%D0%BC%D0%B8%D1%8F\_%D0%BD%D0%B0%D1%83%D0%BA> (1824) Академий наук, английского Королевского общества <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%BE%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5\_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5\_%D0%BE%D0%B1%D1%89%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE>.

Интерполяционные формулы, формулы, дающие приближённое выражение функции  при помощи интерполяции <http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/53634>, то есть через интерполяционный многочлен  степени , значения которого в заданных точках  совпадают со значениями  функции  в этих точках. Многочлен  определяется единственным образом, но в зависимости от задачи его удобно записывать различными по виду формулами.

# Первая и вторая интерполяционные формулы Гаусса

интерполяционный формула гаусс

Основным недостатком интерполяционных формул Ньютона является то, что они используют лишь односторонние значения функции. На практике часто оказывается полезным использовать формулы, в которых присутствуют как последующие, так и предыдущие значения функции по отношению к ее начальному значению .

Рассмотрим  равноотстоящих узлов , в которых заданы значения некоторой функции  Требуется найти полином степени не выше , такой, чтобы выполнялось условие

 (1)

Будем искать полином в виде

 (2)

Поступая по аналогии с выводом первой интерполяционной формулы Ньютона, для коэффициентов  <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?a\_i> получим следующие выражения

 (3)

Введем новую переменную  <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?+q+=+\frac+{x-x\_0}{h}> и, подставляя преобразованные выражения для коэффициентов (3) в соотношение (2), получим первую интерполяционную формулу Гаусса (для интерполирования вперёд)

 (4)

Разности используемые в этой формуле, образуют нижнюю ломаную линию в диагональной таблице разностей 1 (см. далее)

Если полином  искать в виде



то аналогично (4) можно получить вторую интерполяционную формулу Гаусса (для интерполирования назад)

 (5)

Разности , используемые в этой формуле, образуют верхнюю ломаную линию в диагональной таблице разностей 1

Формулы Гаусса применяются для интерполирования в середине таблицы вблизи . При этом первая формула Гаусса (4) применяется при , а вторая (5) - при 

Таблица 1

Диагональная таблица разностей

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^5+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^6+y> |  |  |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_{-4}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_{-4}> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y\_{-4}> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y\_{-4}> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y\_{-4}> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y\_{-4}> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^5+y\_{-4}> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_{-1}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_{-1}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^6+y\_{-4}> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}\Delta+y\_{-1}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?+\quad+\\+\searrow> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^3+y\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?+\quad+\\+\searrow> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^5+y\_{-3}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\quad+\\+\searrow> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_0> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_0> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^2+y\_{-1}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow+\\+\searrow> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^4+y\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow+\\+\searrow> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^6+y\_{-3}> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta+y\_0> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^3+y\_{-1}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\color{red}+\Delta^5+y\_{-2}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_1> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_1> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y\_0> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y\_{-1}> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^6+y\_{-2}> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y\_1> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y\_0> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^5+y\_{-1}> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_2> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_2> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y\_1> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y\_0> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y\_2> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y\_1> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_3> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_3> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y\_2> |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y\_3> |  |  |  |  |  |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x\_4> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y\_4> |  |  |  |  |  |  |  |

# Заключение

Преимущество интерполяционной формулы Гаусса состоит в том, что указанный выбор узлов интерполяции обеспечивает наилучшую оценку остаточного члена по сравнению с любым другим выбором, а упорядоченность узлов по мере их близости к точке интерполяции уменьшает вычислительную погрешность интерполирования.

# Список использованных источников

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Интерполяционная\_формула\_Гаусса>

. <http://virtet.gsu.by/mod/resource/view.php?id=190>

. http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/940993

. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Гаусс,\_Карл\_Фридрих>

# Приложение 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^5+y> |  |  |  |  |  |  |
| 0.43 | 1.63597 |  |  |  |  |  |
|  |  | 0.09637 |  |  |  |  |
| 0.48 | 1.73234 |  | 0.04815 |  |  |  |
|  |  | 0.14452 |  | -0.03608 |  |  |
| 0.55 | 1.87686 |  | 0.01207 |  | 0.06243 |  |
|  |  | 0.15659 | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?+\quad+\\+\searrow>0.02635 <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?+\quad+\\+\searrow>0.19084 |  |  |  |
| 0.62 | 2.03345 |  | 0.03842 | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow+\\+\searrow>-0.12841 |  |  |
|  |  | 0.19501 | <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\nearrow>-0.10216 |  |  |  |
| 0.70 | 2.22846 |  | -0.06374 |  |  |  |
|  |  | 0.13127 |  |  |  |  |
| 0.75 | 2.35973 |  |  |  |  |  |

 (0.645)=2.03345+0.19501\*((0.645-0.62)/0.05) -

-(-0.06374\*((0.645-0.62)/0.05) \*((((0.645-0.62)/0.05)-1)/2) =

=2, 1389225

# Приложение 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?x> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^2+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^3+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^4+y> <http://virtet.gsu.by/filter/tex/displaytex.php?\Delta^5+y> |  |  |  |  |  |  |
| 0.41 | 2,57418 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0.46 | 2,32513 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0.52 | 2,09336 |  |  |  |  |  |
|  |  | -0,23133 |  |  |  |  |
| 0.60 | 1,86203 |  | 0,11856 |  |  |  |
|  |  | -0,11277 |  |  |  |  |
| 0.65 | 1,74926 |  | -0,01551 |  |  |  |
|  |  | -0,12828 |  |  |  |  |
| 0.72 | 1,62098 |  |  |  |  |  |

 (0,673)= 1,74926+(-1,12828)\*(( 0,673-0.65)/0,07)-

(-1,01551\*((0,673-0.65)/0,07)\*(((( 0,673-0.65)/0,07)-1)/2)=1,712954