**КУРСОВАЯ РАБОТА**

**По дисциплине: Математические методы**

**На тему: Математические методы и модели**

### ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Анализ результатов эксперимента

.1 Оценка надежности аналитической методики

.2 Дисперсионный анализ результатов опытов

.3 Аппроксимация результатов эксперимента

Описание многофакторной системы

.1 Расчет линейного уравнения связи

.2 Расчет полного квадратного уравнения

Расчет технологического аппарата

.1 Определение типа химического реактора

.2 Определение объема химического реактора

Выводы

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

ВВЕДЕНИЕ

Целью курсовой работы является выполнение расчетов, связанных с оценкой факторов, определяющих течение технологического процесса, получение его математического описания, выполнение статистического анализа имеющейся информации, определение параметров технологического процесса и промышленного аппарата с использованием типовых моделей структуры потоков.

Основная часть курсовой работы разбита на 3 раздела и включает 7 расчетных заданий. Выполняются следующие расчеты:

- оценка надежности аналитической методики по данным опыта;

- дисперсионный анализ результатов опыта;

- аппроксимация результатов эксперимента;

- расчет коэффициентов линейного уравнения (полинома I степени);

- расчет коэффициентов полного квадратного уравнения (полинома II степени);

- определение типа химического реактора по С-выходной кривой;

- расчет объема химического реактора.

1 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

дисперсионный анализ линейный уравнение

1.1 Оценка надежности аналитической методики

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х |  | | | | | | |
| у | 18,2 | 18,0 | 18,5 | 18,6 | 17,9 | 18,1 |

1) Определение среднего значения выходного параметра:



где m - число параллельных определений;



) Определение выборочной дисперсии, которая характеризует меру отклонения (рассеивания) результатов параллельных определений от их среднего значения:



где  - число степеней свободы выборочной дисперсии;

;



) Определение средней квадратичной погрешности отдельного или единичного измерения:

;



4) Определение средней квадратичной погрешности среднего арифметического результата:

;



) Определение табличного значения критерия Стьюдента, который представляет собой нормированную погрешность:

,

где α - уровень значимости, показывающий допустимую долю (или процент) ошибок; в нашем случае принимаем значение α = 0,05 (или 5 %);



6) Определение абсолютной максимальной погрешности опыта:

;



7) Определение относительной максимальной погрешности опыта, %:

;



Вывод: так как относительная максимальная погрешность опыта не превышает 5 %, то аналитическую методику можно считать надежной и она может быть использована для определения параметра y в последующем эксперименте.

.2 Дисперсионный анализ результатов опытов

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Опыт | Параллельные определения | | | |
|  | у1 | у2 | у3 | y4 |
| 1 | 2,5 | 2,6 | 2,8 | 2,7 |
| 2 | 4,2 | 4,0 | 3,8 | 4,0 |
| 3 | 7,2 | 7,6 | 7,3 | 7,5 |
| 4 | 10,6 | 10,2 | 10,4 | 10,4 |

m=4 n=4

1) Определение среднего значения параметра в каждом опыте:

,

где m - число параллельных определений в i-том опыте;

;

;

;

.

2) Определение выборочной (построчной) дисперсии для каждого опыта - меры отклонения результатов параллельных определений в каждом из опытов от соответствующей им средней величины:

,

где  - число степеней свободы выборочной дисперсии;

;

;

;

;

.

3) Проверка однородности дисперсий и воспроизводимости опытов по критерию Кохрена:

;

;

;

.

Так как , то дисперсии однородны, а опыты воспроизводимы, т. е. выполнены с заданной степенью точности.

) Определение внутригрупповой дисперсии - средней меры отклонения всей совокупности результатов параллельных определений от соответствующих им значений  в каждом из опытов:

;

где n - число опытов;

;

Число степеней свободы внутригрупповой дисперсии:

;

.

5) Определение среднего значения параметра во всём эксперименте:

;

.

6) Определение межгрупповой дисперсии - меры отклонения средних значений параметра в опытах от среднего значения этого параметра в опытах от среднего значения этого параметра во всем эксперименте:

,

где  - число степеней свободы межгрупповой дисперсии,

;

;

7) Определение критерия Фишера:

;

;

где α - уровень значимости;

;

.

Вывод: так как , то фактор X существенно влияет на систему.

.3 Аппроксимация результатов эксперимента

Исходные данные для аппроксимации результатов эксперимента:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| у | 4,8 | 4,2 | 3,2 | 1,8 | 0,1 |

Результат эксперимента описывается уравнением .

Так как уравнение нелинейное, проведем его линеаризацию. Для этого проведем замену переменной: .

В результате получаем данные для определения коэффициентов уравнения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х\* | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 |
| у | 4,8 | 4,2 | 3,2 | 1,8 | 0,1 |

Линеаризованное уравнение имеет вид .

) Графический метод.

Строим график зависимости y=f(x) (Рисунок 1):

По графику определяем:



Получаем уравнение .

) Метод избранных точек.

Выберем 1-ю и 4-ю опытные точки и соответствующие пары значений х и у подставим в уравнение :



Вычтем 1-е уравнение из 2-го и получим:



Получаем уравнение .

) Метод средних. 

Подставляем поочередно в уравнение все шесть пар значений х и у, полученную систему дели на 2 части, каждые части уравнения почленно складываем:







Получаем уравнение .

) Метод наименьших квадратов

Составим расчетную систему уравнений:







Получаем уравнение .

2 ОПИСАНИЕ МНОГОФАКТОРНОЙ СИСТЕМЫ

.1 Расчет линейного уравнения связи

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| y | x1 | x2 |
| 3,6 | 2 | 3 |
| 5,4 | 5 | 4 |
| 6,0 | 5 | 6 |

Подставляя опытные данные в уравнение  получим следующую систему:



Решаем систему линейных уравнений по методу Крамера. Определители 3-го порядка решаем разными способами (метод треугольников, разложение по элементам строки (или столбца) без зануления и с занулением):









Рассчитываем значения коэффициентов:







Линейное уравнение связи имеет вид 

Данное уравнение справедливо для области исследования факторов 

Построим линии равного отклика  и :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| у | 1-я точка | 2-я точка |

3,6 (2; 3) 





|  |
| --- |
|  |

5,4 (5; 4) 





|  |
| --- |
|  |

2.2 Расчет полного квадратного уравнения

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 12 | 15 |
| х2 | 5 | 10 | 12 | 8 | 4 | 3 |
| у | 38 | 65 | 144,6 | 357,6 | 369,2 | 509,6 |

Полное квадратное уравнение для двух факторов имеет вид:

.

Подставляем исходные данные в полином II степени и получаем следующую систему:



Вычитаем первое уравнение из всех последующих с целью избавления от b0 и получаем следующую систему:



Чтобы избавиться от b1, домножаем 1-е уравнение сначала на (-2) и прибавляем 2-е и 4-е уравнение, затем на (-5) и прибавляем 3-е уравнение, далее на (-3) и прибавляем 5-е уравнение. Дальнейшие действия по избавлению от коэффициентов показаны сбоку от систем:

















Ответ: полное квадратное уравнение имеет вид

.

3 РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО АППАРАТА

.1 Определение типа химического реактора

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
|  | 0 | 0 | 0,5 | 4,0 | 0,5 | 0 | 0 |

Среднее время пребывания индикатора в системе:

 мин.

Уравнение для расчета безразмерного времени:

.

Условная концентрация индикатора на входе:

,

где  - интервал отбора проб.

Так как по условию задачи , то

кг/м3.

Уравнение для расчета безразмерной концентрации:

.

В результате получаем безразмерные величины для построения С-выходной кривой:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 00,330,671,001,331,672,00 |  |  |  |  |  |  |  |
| С | 0 | 0 | 0,30 | 2,40 | 0,30 | 0 | 0 |

Используя безразмерные величины, строим С-выходную кривую  в равных масштабах по осям.

Согласно визуальной оценке С-выходной кривой аппарат следует модели идеального вытеснения (осложненной наличием диффузии).

Для окончательного вывода о типе реактора проведем статистическую оценку С-выходной кривой.

1) Определение размерной дисперсии:

;

.

2) Определение безразмерной дисперсии:

;

.

3) Определение обратной величины диффузионного критерия Пекле:

;

.

Так как , то реактор следует модели идеального вытеснения и является реактором вытеснения (Рисунок 3).



Рисунок 3 - Реактор вытеснения

3.2 Определение объема химического реактора

В реакторе, соответствующем модели идеального вытеснения протекает реакция  при константе скорости химической реакции , концентрации реагентов  кмоль/м3,  кмоль/м3. Степень превращения реагента  равна  %. Производительность реактора  м3/с. Определить объем реактора.

1) Найдем конечную концентрацию реагента А:

.

) Найдем конечную концентрацию реагента В через связь расходов реагентов:

Для уравнения  расход реагента В в 2 раза больше расхода реагента А: .

Расход реагента А:  кмоль/м3.

Тогда расход реагента В:  кмоль/м3.

Отсюда:  кмоль/м3.

Степень превращения реагента В:

 %.

)Установим размерность константы скорости химической реакции, использую уравнение скорости реакции по закону действующих масс:

;

;

.

4) Перед расчетом реактора вытеснения требуется установить связь между концентрациями реагентов. Для этого используем связь расходов:

.

В произвольный момент времени:

;

; .

5) Рассчитываем реактор вытеснения:

























м3.

ВЫВОДЫ

) Аналитическую методику можно считать надежной и она может быть использована для определения параметра у в последующих экспериментах, так как относительная максимальная погрешность опыта не превышает 5%;

) Фактор Х существенно влияет на систему, так как расчетное значение критерия Фишера намного больше табличного;

) Уравнение  надёжно описывает опытные данные;

) Линейное уравнение связи имеет вид ;

) Полное квадратное уравнение (полином II степени) имеет вид ;

6) Реактор следует модели идеального вытеснения и является реактором вытеснения;

7) Полученный расчетом объем реактора равен 21,24 м3, соответствующий ему стандартный объем равен .

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Цаплина, С.А. Методы математического моделирования: учеб. пособие. - Архангельск: Изд-во Арханг. гос. тех. ун-та, 2011. - 88с.;

Стандарт АГТУ СТО 01.04-2005 «Работы студентов. Общие требования и правила оформления» 2013.