«Методы оптимальных решений»

1. Транспортная задача

Стройматериалы с  складов поставляются на  строительных объектов. Потребности строительных объектов в материалах равны тыс.ед., . Запасы стройматериалов на складах составляют тыс.ед. Затраты на перевозку 1тыс.ед. стройматериалов в ден.ед представлены матрицей затрат . Запланировать перевозку с минимальными затратами при заданном дополнительном условии.

Необходимо:

1) свести исходные данные в таблицу 1.1.

Таблица 1.1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Потребности строительных объектов, тыс.ед. 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

2) составить математическую модель задачи;

3) привести её к стандартной транспортной задаче с балансом запасов и потребностей;

) построить начальный опорный план задачи методом минимального элемента;

) решить задачу методом потенциалов;

) проанализировать полученные результаты.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |
| 4836730 |  |  |  |  |  |  |
| 8465925 |  |  |  |  |  |  |
| 3585420 |  |  |  |  |  |  |
| 58106815 |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 10 | 20 | 18 | 12 | 25 | 90 85 |

2) составляем математическую модель задачи:

Ограничения по запасам:

математический задача транспортный



Ограничения по потребностям:



Целевая функция:



3) Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи:



Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения меньше запасов груза на складах. Следовательно, модель исходной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную, фиктивную, потребность, равной 5 (90-85=5). Тарифы перевозки груза из склада во все объекты полагаем равной нулю. Занесем данные в таблицу:

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| 48367030 |  |  |  |  |  |  |  |
| 84659025 |  |  |  |  |  |  |  |
| 35854020 |  |  |  |  |  |  |  |
| 581068015 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 10 | 20 | 18 | 12 | 25 | 5 | 90 90 |

) Используя метод наименьшей стоимости, построим первый опорный план задачи.

Наименьшая стоимость = 3. Для этого элемента запасы равны 30, а потребности 18. Поскольку минимальным является 18, то вычитаем его:

Таблица 4

Строительный объект Склад Запасы стройматериалов на складах,

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| 48367030-18=12 |  |  |  |  |  |  |  |
| 84~~6~~59025 |  |  |  |  |  |  |  |
| 35~~8~~54020 |  |  |  |  |  |  |  |
| 58~~10~~68015 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 10 | 20 | 18-18=0 | 12 | 25 | 5 | 90 90 |

Наименьшая стоимость = 3. Для этого элемента запасы равны 20, а потребности 10. Поскольку минимальным является 10, то вычитаем его:

Таблица 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| ~~4~~8367012 |  |  |  |  |  |  |  |
| ~~8~~4~~6~~59025 |  |  |  |  |  |  |  |
| 35~~8~~54020-10=10 |  |  |  |  |  |  |  |
| ~~5~~8~~10~~68015 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 10-10=0 | 20 | 0 | 12 | 25 | 5 | 90 90 |

Наименьшая стоимость = 4. Для этого элемента запасы равны 25, а потребности 20. Поскольку минимальным является 20, то вычитаем его:

Таблица 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| ~~48~~367012 |  |  |  |  |  |  |  |
| ~~8~~4~~6~~59025-20=5 |  |  |  |  |  |  |  |
| 3~~58~~54010 |  |  |  |  |  |  |  |
| ~~5810~~68015 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 0 | 20-20=0 | 0 | 12 | 25 | 5 | 90 90 |

Таблица 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| 48367012-7=5 |  |  |  |  |  |  |  |
| 8465900 |  |  |  |  |  |  |  |
| 3585400 |  |  |  |  |  |  |  |
| 581068015 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 0 | 0 | 0 | 7-7=0 | 15 | 5 | 90 90 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

Выбираем максимальную оценку свободной клетки с15=7

В эту клетку ставим знак +, а в остальных вершинах многоугольника чередующие знаки.

Таблица 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | 4 5 3 6 8 0Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| 04(10)83(18)6(2)-7+030 |  |  |  |  |  |  |  |
| -184(20)65(5)9025 |  |  |  |  |  |  |  |
| -435854(20)020 |  |  |  |  |  |  |  |
| 058106(5)+8(5)-0(5)15 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 10 | 20 | 18 | 12 | 25 | 5 | 90 90 |

Из грузов сij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у=min(2,5)=2. Прибавляем 2 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 2 из сij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план:

Таблица 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Строительный объект Склад | 4 5 3 6 8 0Запасы стройматериалов на складах, тыс.ед. |  |  |  |  |  |  |
| 04(10)83(18)67(2)030 |  |  |  |  |  |  |  |
| -184(20)65(5)9025 |  |  |  |  |  |  |  |
| -435854(20)020 |  |  |  |  |  |  |  |
| 058106(7)8(3)0(5)15 |  |  |  |  |  |  |  |
| Потребности строительных объектов, тыс.ед. | 10 | 20 | 18 | 12 | 25 | 5 | 90 90 |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.



Потенциалы занесем в таблицу.

Проведем оценки свободных клеток:





Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят:

6)

Из 1-го склада необходимо груз направить в 1-й объект (10), в 3-й объект (18), в 5-й объект (2)

Из 2-го склада необходимо груз направить в 2-й объект (20), в 4-й объект (5)

Из 3-го склада необходимо весь груз направить в 5-й объект

Из 4-го склада необходимо груз направить в 4-й объект (7), в 5-й объект (3)

На 4-ом складе остался невостребованным груз в количестве 5 ед.