Контрольная работа

Дисциплина: Дискретная математика

1. Многочлен Жегалкина. Нахождение многочлена Жегалкина по СДНФ (с обоснованием)

Полином Жегалкина - сумма по модулю 2, в которой каждое слагаемое представляет собой

· Константу

· отдельную переменную

· произведение нескольких переменных.

Алгоритм построения полинома Жегалкина по СДНФ (основан на доказательстве теоремы о существовании полинома Жегалкина).

Начало. Задана совершенная ДНФ функции f(x1, …, xn).

Шаг 1. Заменяем каждый символ дизъюнкции на символ суммы по модулю 2.

Шаг 2. Заменяем каждую переменную с инверсией x равносильной формулой x  1.

Шаг 3. Раскрываем скобки.

Шаг 4. Вычеркиваем из формулы пары одинаковых слагаемых.

Конец. Получен полином Жегалкина функции f(x1, …, xn).

Сумма по модулю два может быть выражена через дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание: AЪB=AЕB, откуда AЕ1= 

многочлен жегалкин логический множество

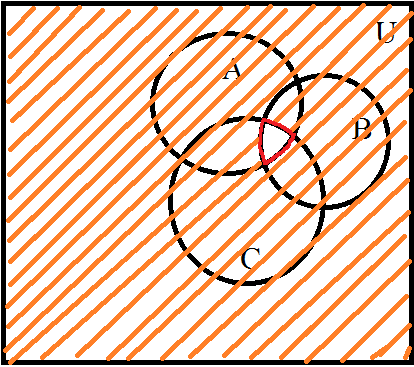
2. Заданы универсальное множество U и три его подмножества A, B, C.

Проверить (доказать или опровергнуть) справедливость соотношения:

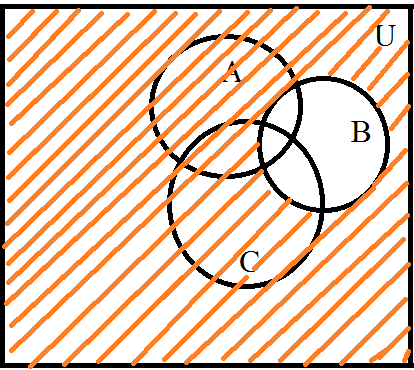
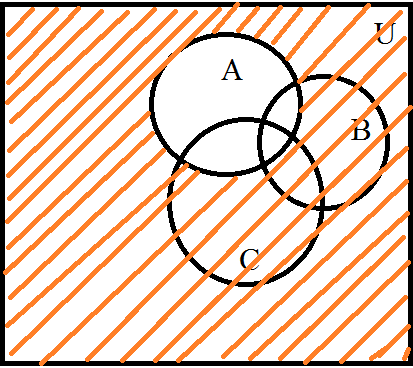


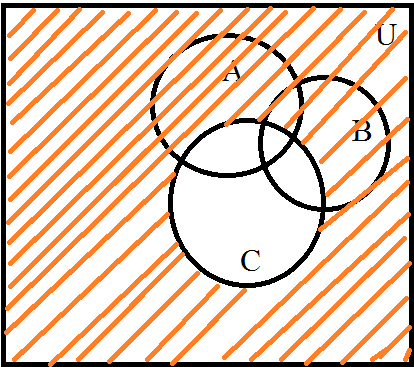
Решение:

Построим диаграмму Эйлера-Венна, изобразив универсальное множество прямоугольником, а подмножества кругами. Отметим на диаграмме штриховкой дополнение к пересечению A,B,C.

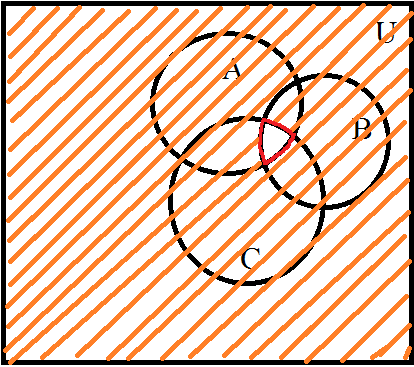


Теперь изобразим на диаграмме штриховкой дополнения к каждому из подмножеств:





Построим их объединение и получим:



Последняя диаграмм совпадает с диаграммой множества, поэтому,  что и требовалось доказать.

. Задано бинарное отношение

,

где .

Определить, выполняются ли для данного отношения свойства симметричности и рефлексивности. Ответ обосновать.

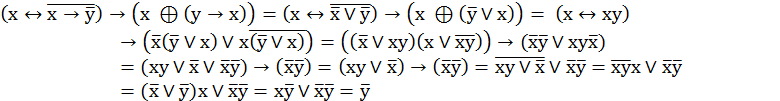
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 9 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Рефлексивность. Это отношение рефлексивно, т.к. для  А выполняется x+x четно.

Симметричность. Это отношение симметричное на множестве А, т.к (x +y)-четно => (y+x)-четно.

. Упростив логическую функцию двух переменных , проверить ее самодвойственность, монотонность и линейность. Ответ обосновать.

Решение:



Функция линейная, т.к. представима в виде линейного полинома Жегалкина: 

Функция не монотонна, т.к. имеются наборы (10)<(11), при которых f(10)>f(11)

Функция самодвойственна, т.к. на всех наборах выполняется условие 

. На вершину горы ведут девять дорог. Сколькими различными способами можно подняться на гору и спуститься?

Решение:

По условию задачи, нас интересует выборка из 9 элементов 2 элементов, при которой выбираемые элементы возвращаются в исходное множество (можно возвращаться теми же дорогами), а порядок выбора элементов не важен:

