***Лабораторная работа***

**Оптимизация сетевого графика по времени**

**Цель** Научиться решать задачу сетевого планирования с одновременной оптимизацией средствами EXCEL.

***Постановка задачи 1***.

Проект представлен сетевым графиком. Для каждой работы известна ее продолжительность tij и минимально возможное время выполнения dij. Пусть задан срок выполнения проекта *t0*, а расчетное *tкр > t0.* Продолжительность выполнения работы (i, j) линейно зависит от суммы дополнительно вложенных средств хij и выражается соотношением: t’ij = tij - kijxij. Технологические коэффициенты kij известны.

Требуется найти такие t н ij, toij, xij, чтобы:

* срок выполнения всего комплекса работ не превышал заданной величины *t0*;
* суммарное количество дополнительно вложенных средств было минимальным;
* продолжительность выполнения каждой работы t’ij была не меньше заданной величины dij.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер задачи | Параметры | Работы | Срок выполнения проекта t0 |
|  |  | **1,2** | **1,3** | **1,4** | **2,4** | **2,5** | **3,4** | **3,6** | **4,5** | **4,6** | **5,6** |  |
|  | tij | 7 | 11 | 16 | 6 | 10 | 8 | 13 | 12 | 14 | 9 |  |
| \* | dij | 4 | 8 | 13 | 5 | 7 | 6 | 10 | 10 | 11 | 7 | 34 |
|  | kij | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,05 | 0,25 | 0,2 | 0,12 | 0,5 | 0,08 | 0,02 |  |
|  | tij | 9 | 12 | 18 | 8 | 12 | 5 | 12 | 10 | 13 | 12 |  |
| 1 | dij71015610387121035 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | kij | 0,05 | 0,2 | 0,25 | 0,08 | 0,15 | 0,1 | 0,06 | 0,05 | 0,1 | 0,5 |  |
|  | tij | 10 | 13 | 24 | 9 | 11 | 17 | 10 | 15 | 15 | 20 |  |
| 2 | dij | 5 | 9 | 11 | 6 | 9 | 12 | 7 | 13 | 13 | 15 | 56 |
|  | kij | 0,08 | 0,25 | 0,1 | 0,15 | 0,3 | 0,2 | 0,08 | 0,4 | 0,2 | 0,1 |  |
|  | tij | 6 | 13 | 20 | 9 | 14 | 16 | 15 | 10 | 17 | 13 |  |
| 3 | dij | 5 | 10 | 16 | 7 | 11 | 13 | 12 | 7 | 15 | 9 | 40 |
|  | kij | 0,05 | 0,25 | 0,3 | 0,07 | 0,15 | 0,1 | 0,05 | 0,03 | 0,14 | 0,5 |  |
|  | tij | 19 | 10 | 35 | 18 | 20 | 9 | 22 | 17 | 20 | 18 |  |
| 4 | dij | 16 | 5 | 25 | 13 | 15 | 6 | 17 | 13 | 16 | 14 | 60 |
|  | kij | 0,25 | 0,07 | 0,1 | 0,2 | 0,13 | 0,15 | 0,06 | 0,4 | 0,2 | 0,1 |  |
|  | tij | 6 | 15 | 26 | 7 | 11 | 10 | 11 | 12 | 13 | 17 |  |
| 5 | dij | 5 | 13 | 20 | 5 | 9 | 7 | 8 | 9 | 12 | 15 | 50 |
|  | kij | 0,07 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,05 | 0,1 | 0,04 | 0,05 | 0,15 | 0,5 |  |
|  | tij | 10 | 18 | 16 | 12 | 7 | 13 | 11 | 10 | 13 | 12 |  |
| 6 | dij71412105987121042 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | kij | 0,5 | 0,1 | 0,25 | 0,4 | 0,2 | 0,15 | 0,3 | 0,5 | 0,1 | 0,5 |  |
|  | tij | 9 | 18 | 21 | 7 | 12 | 19 | 20 | 9 | 15 | 20 |  |
| 7 | dij | 6 | 14 | 18 | 4 | 9 | 15 | 16 | 6 | 13 | 15 | 33 |
|  | kij | 0,2 | 0,25 | 0,15 | 0,4 | 0,3 | 0,12 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,1 |  |
|  | tij | 15 | 8 | 7 | 5 | 13 | 11 | 7 | 15 | 17 | 13 |  |
| 8 | dij | 12 | 5 | 4 | 3 | 10 | 8 | 4 | 12 | 15 | 9 | 47 |
|  | kij | 0,25 | 0,2 | 0,15 | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,2 | 0,25 | 0,14 | 0,5 |  |
|  | tij | 13 | 22 | 19 | 17 | 10 | 25 | 12 | 13 | 20 | 18 |  |
| 9 | dij | 10 | 18 | 15 | 14 | 7 | 21 | 9 | 10 | 16 | 14 | 49 |
|  | kij | 0,3 | 0,1 | 0,05 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |  |
|  | tij | 16 | 12 | 10 | 8 | 3 | 9 | 11 | 16 | 13 | 17 |  |
| 10 | dij | 10 | 7 | 6 | 5 | 2 | 7 | 9 | 10 | 12 | 15 | 29 |
|  | kij | 0,2 | 0,1 | 0,16 | 0,3 | 0,25 | 0,1 | 0,4 | 0,2 | 0,15 | 0,5 |  |

*1 Запишем все данные на сетевой график и рассчитаем сроки свершения событий.*

Расчеты показали, что срок выполнения проекта *tкр* = 40, т.е. превышает директивный срок *t0* = 34.

*2. Составление математической модели задачи.*

Целевая функция имеет вид

f= х12 + х13 + х14 + х34 + х35 + х45 + х14 + х34 + х35 + х45 (min).

Запишем ограничения задачи:

а) срок выполнения проекта не должен превышать t0 = 34:

tо36Ј 34; tо46Ј 34; tо56Ј 34;

б) продолжительность выполнения каждой работы должна быть не меньше минимально возможного времени:

tо12- t н 12і 4; tо34 - t н 34 і 6;

tо13 - t н 13і 8; tо36- t н 36 і 10;

tо14 - t н 14 і 13; tо45- t н 45 і 10;

tо24 - t н 24 і 5; tо46- t н 46 і 11;

tо25 - t н 25 і 7; tо56- t н 56 і 7;

в) зависимость продолжительности работ от вложенных средств:

tо12- t н 12= 7 - 0,1x12; tо13- t н 13= 11 - 0,3x13;

tо14 - t н 14= 16 - 0,2x14;tо24 - t н 24 =6 - 0,05x24;

tо25 - t н 25 = 10 - 0,25x25; tо34- t н 34 = 8 - 0,2x34;

tо36 - t н 36 = 13 - 0,12x36; tо45- t н 45 = 12 - 0,5x45;

tо46 - t н 46 = 14 - 0,08x46; tо56- t н 56 = 9 - 0,02x56;

г) время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы:

t н 12 = 0; t н 13 = 0; t н14 = 0;

t н 24і tо12; t н 25і tо12;

t н 34 і tо13; t н 36 і tо13;

t н 45 і tо14; t н 45 і tо24;

t н 45 і tо34;

t н 46 і tо14; t н 46 і tо24;

t н 46 і tо34;

t н 56 і tо25; t н 56 і tо45;

д) условие неотрицательности неизвестных:

t н ijі 0, tоijі 0, xij і 0, (i, j) О .

*3. Численное решение задачи:*

**Табличную запись математической модели см. табл. 2.2.**

Решив данную задачу средствами EXCEL, получаем следующие результаты:

t н12 = 0; tо12 = 7; t н13 = 0; tо13 = 8; t н14 = 0; tо14 = 15;

t н 24 = 7; tо24 = 13; t н 25 = 7; tо25 = 17;

t н 34 = 8; tо34 = 15; t н 36 = 8; tо36 = 21;

t н45 = 15; tо45 = 25; t н 56 = 25; tо56 = 34;

x12 = 0; x13 = 10; x14 = 5; x24 = 0; x25 = 0;

x34 = 5; x36 = 0; x45 =4; x46 =0; x56 = 0;

fmin = 24.

*4. Анализ полученных результатов.* Чтобы выполнить работы проекта за директивное время t0=34, необходимо дополнительно вложить 24 ден. ед. При этом средства распределятся следующим образом: 10 ден. ед. - в работу (1,3), 5 ден. ед. - в работу (1,4), 5 ден. ед. - в работу (3,4) и 4 ден. ед. - в работу (4,5), что приведет к сокращению продолжительности работы (1,3) на 3 дня, работы (1,4) - на 1 день, работы (3,4) - на 1 день и работы (4,5) - на 2 дня. Сокращение срока реализации проекта за счет вложения дополнительных средств составит 6 ед. времени.

***Постановка задачи 2.***

Проект представлен сетевым графиком. Для каждой работы известна ее продолжительность tij и минимально возможное время выполнения dij. Для сокращения срока реализации проекта выделено В ден. ед. Вложение дополнительных средств хij в работу (i, j) сокращает время ее выполнения до t’ij = tij - kijxij. Технологические коэффициенты kij известны.

Требуется найти такие t н ij, toij, xij, чтобы:

* время выполнения всего комплекса работ было минимальным;
* количество используемых дополнительных средств не превышало B ден. ед.;
* продолжительность выполнения каждой работы была не меньше заданной величины dij.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер задачи | Пара- метры | Работы | Срок выполнения проекта t0 |
|  |  | **1,2**  | **1,3** | **1,4** | **2,4** | **2,5** | **3,4** | **3,6** | **4,5** |  |
|  | tij | 7 | 11 | 16 | 6 | 10 | 8 | 13 | 12 |  |
| \* | dij | 4 | 8 | 13 | 5 | 7 | 6 | 10 | 10 | 34 |
|  | kij | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,05 | 0,25 | 0,2 | 0,12 | 0,5 |  |
|  | tij | 9 | 12 | 18 | 8 | 12 | 5 | 12 | 10 |  |
| 1 | dij7101561038735 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | kij | 0,05 | 0,2 | 0,25 | 0,08 | 0,15 | 0,1 | 0,06 | 0,05 |  |
|  | tij | 10 | 13 | 24 | 9 | 11 | 17 | 10 | 15 |  |
| 2 | dij | 5 | 9 | 11 | 6 | 9 | 12 | 7 | 13 | 56 |
|  | kij | 0,08 | 0,25 | 0,1 | 0,15 | 0,3 | 0,2 | 0,08 | 0,4 |  |
|  | tij | 6 | 13 | 20 | 9 | 14 | 16 | 15 | 10 |  |
| 3 | dij | 5 | 10 | 16 | 7 | 11 | 13 | 12 | 7 | 40 |
|  | kij | 0,05 | 0,25 | 0,3 | 0,07 | 0,15 | 0,1 | 0,05 | 0,03 |  |
|  | tij | 19 | 10 | 35 | 18 | 20 | 9 | 22 | 17 |  |
| 4 | dij | 16 | 5 | 25 | 13 | 15 | 6 | 17 | 13 | 60 |
|  | kij | 0,25 | 0,07 | 0,1 | 0,2 | 0,13 | 0,15 | 0,06 | 0,4 |  |
|  | tij | 6 | 15 | 26 | 7 | 11 | 10 | 11 | 12 |  |
| 5 | dij | 5 | 13 | 20 | 5 | 9 | 7 | 8 | 9 | 50 |
|  | kij | 0,07 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,05 | 0,1 | 0,04 | 0,05 |  |
|  | tij | 10 | 18 | 16 | 12 | 7 | 13 | 11 | 10 |  |
| 6 | dij7141210598742 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | kij | 0,5 | 0,1 | 0,25 | 0,4 | 0,2 | 0,15 | 0,3 | 0,5 |  |
|  | tij | 9 | 18 | 21 | 7 | 12 | 19 | 20 | 9 |  |
| 7 | dij | 6 | 14 | 18 | 4 | 9 | 15 | 16 | 6 | 33 |
|  | kij | 0,2 | 0,25 | 0,15 | 0,4 | 0,3 | 0,12 | 0,2 | 0,2 |  |
|  | tij | 15 | 8 | 7 | 5 | 13 | 11 | 7 | 15 |  |
| 8 | dij | 12 | 5 | 4 | 3 | 10 | 8 | 4 | 12 | 47 |
|  | kij | 0,25 | 0,2 | 0,15 | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,2 | 0,25 |  |
|  | tij | 13 | 22 | 19 | 17 | 10 | 25 | 12 | 13 |  |
| 9 | dij | 10 | 18 | 15 | 14 | 7 | 21 | 9 | 10 | 49 |
|  | kij | 0,3 | 0,1 | 0,05 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,25 | 0,3 |  |
|  | tij | 16 | 12 | 10 | 8 | 3 | 9 | 11 | 16 |  |
| 10 | dij | 10 | 7 | 6 | 5 | 2 | 7 | 9 | 10 | 29 |
|  | kij | 0,2 | 0,1 | 0,16 | 0,3 | 0,25 | 0,1 | 0,4 | 0,2 |  |

***Решение варианта \*.***

*1. Запишем все данные на сетевой график.*

По первоначальному условию tкр = 22, т.е. проект может быть выполнен за 22 ед. времени.

*2. Составление математической модели задачи.*

Чтобы однозначно записать целевую функцию, добавим на сетевом графике фиктивную работу (5,6).

Целевая функция имеет вид tкр = tо56 (min).

Запишем ограничения задачи:

а) сумма вложенных средств не должна превышать их наличного количества:

х12 + х13 + х14 + х23 + х34 + х35 + х45 Ј 47;

б) продолжительность выполнения каждой работы должна быть не меньше минимально возможного времени:

tо12- t н 12і 3; tо34 - t н 34 і 5;

tо13 - t н 13і 4; tо35- t н 35 і 4;

tо14 - t н 14 і 1; tо45- t н 45 і 2;

tо23 - t н 23 і 2; tо56- t н 56 = 0;

в) зависимость продолжительности работ от вложенных средств:

tо12- t н 12= 5 - 0,5x12; tо13- t н 13= 6 - 0,2x13;

tо14 - t н 14= 2 - 0,3x14;tо23 - t н 23 =4 - 0,25x23;

tо34 - t н 34 =9 - 0,4x34; tо35 - t н 35 = 7 - 0,2x35;

tо45- t н 45 = 4 - 0,1x45;

г) время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы:

t н 12 = 0; t н 13 = 0; t н14 = 0;

t н 23і tо12;

t н 34 і tо13; t н 34 і tо23;

t н 35 і tо13; t н 35 і tо23;

t н 45 і tо14; t н 45 і tо34;

t н 56 і tо35; t н 56 і tо45;

д) условие неотрицательности неизвестных:

t н ijі 0, tоijі 0, xij і 0, (i, j) О .

сетевой математический модель

*5. Численное решение задачи:*

**Табличную запись математической модели см. табл. 2.4.**



Решив данную задачу средствами EXCEL, получаем следующие результаты:

t н12 = 0; tо12 = 3; t н13 = 0; tо13 = 3; t н14 = 0; tо14 = 2;

t н 23 = 3; tо23 = 3; t н 34 = 3; tо34 = 8; t н 35 = 3; tо35 = 10;

t н45 = 8; tо45 = 10; t н 56 = 10; tо56 = 10;

x12 = 20; x13 = 0; x23 = 0; x14 = 0; x34 = 10; x35 = 0; x45 =20,

tкр = 10.

***5. Анализ полученных результатов.*** При дополнительном вложении 47 ден. ед., проект может быть выполнен за 10 ед. времени. При этом средства распределятся следующим образом: 20 ден. ед. - в работу (1,2), 10 ден. ед. - в работу (3,4) и 20 ден. ед. - в работу (4,5), что приведет к сокращению продолжительности работы (1,2). Сокращение срока реализации проекта за счет вложения дополнительных средств составит 8 ед. времени.