Содержание

1. Цели и содержание курса геометрии основной школы

.1 Цели обучения геометрии в основной школе

.2 Содержание курса геометрии основной школы

.3 Различные концепции построения курса планиметрии. Альтернативные учебники

. Логическое строение курса геометрии основной школы

.1 Аксиоматический метод в курсе геометрии основной школы

.2 Методика ознакомления учащихся основной школы с логическим строением курса планиметрии

Литература

1. Цели и содержание курса геометрии основной школы

.1 Цели обучения геометрии в основной школе

Геометрия в школьном образовании - не только основная математическая дисциплина, но и один из важнейших компонентов общечеловеческой культуры: представления о пространстве, в котором живет человек, во многом обеспечивают его миропонимание, мировоззрение.

Более того, исторически и генетически геометрическую деятельность следует считать первичной интеллектуальной деятельностью как человеческой цивилизации, так и отдельного индивидуума. Таким образом, “геометрия - это не только раздел математики, школьный предмет, это прежде всего феномен общечеловеческой культуры”. Поэтому никто, претендующий на звание культурного человека, не может считать себя таковым без знания геометрии.

Г.Д. Глейзер подчеркивает, что геометрическое развитие может быть отнесено к важнейшему фактору, обеспечивающему готовность человека к непрерывному образованию и самообразованию в самых разных областях человеческой деятельности. Изучение геометрии является источником и средством развития интеллектуальных способностей человека. Одна из целей обучения геометрии заключается во всестороннем развитии мышления школьника (логического, образного, наглядно-действенного).

Свойства интеллекта, среди которых можно выделить геометрическую интуицию, пространственное мышление и способность к конструктивно-геометрической деятельности, должны развиваться в органичной взаимосвязи. Способность к конструктивно-геометрической деятельности включает, наряду с другими, умение изображать геометрические фигуры и выполнять геометрические построения, моделировать и конструировать геометрические объекты.

Отметив общекультурную значимость геометрии, подчеркнем, что все цели, стоящие перед изучением математики в школе, сохраняются и для геометрии.

Однако геометрия реализует также специфические цели, которые в значительно меньшей степени или совсем не реализуют другие математические предметы. Это развитие логического мышления и пространственного мышления.

Логическое мышление. Школьный курс геометрии, в том числе планиметрии (именно она изучается в основной школе), имеет наибольшую стройность, логическую строгость и последовательность по сравнению с другими математическими предметами, что обусловлено, прежде всего, широким использованием аксиоматического метода при его построении.

Поэтому широкое применение в геометрии находит логика. При отсутствии в школе логики как самостоятельного предмета именно на учителя математики (особенно в процессе изучения геометрии, в том числе планиметрии) возложена задача формирования у учащихся умения практически пользоваться важнейшими понятиями, законами и правилами логики.

Однако эти функции учителя достаточно трудны. Дело в том, что математическое содержание курса планиметрии заключено в учебнике, логическое же содержание, как правило, явно не представлено. Поэтому учитель во многом самостоятельно должен решать задачи логического мышления.

Для этого необходимо иметь четкое представление о логической структуре курса, а также о логических основах математических понятий и предложений, доказательств теорем и решений задач. Некоторые из этих вопросов рассматривались в общей методике обучения математике, часть мы рассмотрим далее.

Пространственное мышление. Специфической задачей курса планиметрии является также развитие пространственного мышления, которое у большинства учеников, приступающих к изучению планиметрии, развито весьма слабо.

Принято считать, что наибольшее влияние на развитие пространственного мышления оказывает стереометрия. Однако, при правильно поставленном обучении планиметрии оно легко поддается существенному развитию.

Особое значение при этом имеет чертеж. Следует добиваться, чтобы ученик мог охватывать сразу весь чертеж (сначала - простой, затем - посложнее) и устанавливать те соотношения между его элементами, которые могут быть нужны для решения данного вопроса. Особенно полезны случаи, когда приходится делать на чертеже вспомогательные построения. Чтобы догадаться, каковы должны быть эти построения, ученик должен уловить соотношения между начерченными элементами и теми, которых на чертеже нет.

Для развития пространственного мышления полезны упражнения в проведении геометрических рассуждений, не делая чертежа, а представляя его в уме. Развитию пространственного мышления способствует также решение задач на построение и особенно - геометрические преобразования плоскости.

.2 Cодержание курса геометрии основной школы

В основной школе традиционно изучается курс планиметрии, содержание которого определяется “Программой для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика. 5-11 классы” [17]. Оно группируется вокруг нескольких стержневых содержательно-методических линий: “Геометрические фигуры и их свойства”, “Геометрические величины”, “Векторы”.

Наибольшую остроту в обсуждении вопросов содержания курса планиметрии приобрел вопрос о включении в него линии геометрических преобразований.

В настоящее время этот вопрос решен в пользу традиционного содержания: геометрические преобразования изучаются как периферийный вопрос курса.

Вернемся к основным содержательно-методическим линиям курса планиметрии. Вопросы их изучения будут подробно рассматриваться далее. Сейчас же ограничимся краткими пояснениями.

Раздел “Геометрические фигуры и их свойства” является основным. Его изучению посвящен материал 7-го класса, значительная часть материала 8-го и 9-го классов. Изложение практически во всех учебниках ведется традиционно. Аналогично обстоит дело с содержательно-методической линией “Геометрические величины”: она представлена также преимущественно традиционно, появляясь в курсе планиметрии по мере надобности.

Векторы впервые вошли в курс геометрии отечественной школы только в середине 70-х годов XX в. и получили всеобщее признание в силу большой общеобразовательной значимости и обширных практических приложений. Однако методика применения векторов к решению задач, а тем более использования векторного метода в теории находится еще в стадии разработки. Поэтому векторы недостаточно широко используются в современном курсе планиметрии. С ними, по-видимому, могут быть связаны перспективы курса, как, впрочем, и с линией геометрических преобразований.

Основное содержание школьного курса планиметрии своими истоками имеет “Начала” Евклида. Все попытки “отойти от Евклида”, в том числе предпринимавшиеся в отечественном образовании в 70-е годы XX в., оказались неудачными.

1.3 Различные концепции построения курса планиметрии. альтернативные учебники

Одно и то же содержание может быть по-разному структурировано. Более того, теоретические основы изложения материала также могут быть различными.

Выделим две основных концепции построения курса планиметрии:

) классическая, в основу которой положены в той или иной степени модернизированные “Начала” Евклида;

) современная, фундаментом которой являются теоретико-множественные представления и идея геометрических преобразований плоскости.

В истории отечественного школьного математического образования второй подход был реализован лишь однажды - в ходе так называемой «колмогоровской» реформы 70-х годов XX в. Наиболее радикальным изменениям тогда подвергся курс геометрии.

Укажем основные особенности этой реформы, относящиеся к содержанию планиметрии.

. В начальный курс математики включена основательная пропедевтика геометрии.

. В целях современной трактовки основных геометрических объектов введены простейшие теоретико-множественные понятия, операции и символы.

. Усилена роль аксиоматического метода, предложена четкая и строгая система аксиом, усилена логическая составляющая курса планиметрии.

. В качестве ведущей идеи в курс планиметрии включены геометрические преобразования, в частности, перемещения плоскости.

. Векторы представлены как один из частных видов перемещений плоскости; при дальнейшем изложении курса широко использовался векторный аппарат как средство решения задач и доказательства теорем.

. В качестве основных методов курса планиметрии кроме традиционных (равенство и подобие треугольников, метод уравнений и др.) широко использовались аксиоматический метод, метод геометрических преобразований, координатный и векторный методы.

Эти идеи были реализованы в учебнике геометрии для 6-8-ых классов средней школы под ред. академика А. Н. Колмогорова [7].

Других, сколько-нибудь основательных попыток реализации современной концепции построения курса планиметрии пока нет.

Остальные использующиеся в современной школе учебники геометрии для основной школы реализуют в большей или меньшей степени модернизированную классическую концепцию [1; 2; 16; 18, 21].

Наибольшее распространение в настоящее время имеют учебники [2; 16], которые введены в 1982 г. на волне острой критики реформы школьного математического образования 70-х годов и заменили учебник под ред. А.Н. Колмогорова [7].

Дадим очень краткую характеристику альтернативных учебников планиметрии.

Основные приоритеты А. В. Погорелова [16] - развитие логического мышления учащихся. В качестве “основного учебного требования” он выделяет требование доказывать все, особенно в начале обучения, в том числе “очевидные факты” (например, связанные с отношением “лежать между”); широкое использование способа доказательства от противного с первых шагов обучения; сознательный отрыв мышления от чертежа.

Отметим, что этот учебник в очень малой степени ометодичен, что создает дополнительные трудности для учителя, возлагая на него подбор дополнительного материала, в том числе задачного, дидактическую обработку теоретического материала и т.д. В силу недостаточной ометодиченности этот учебник мало пригоден для самостоятельного овладения курсом учениками.

Иные приоритеты у авторского коллектива другого учебника Л.С. Атанасяна и др. [2]. Основное внимание уделяется доступности изложения, развитию умений и навыков учащихся. Учебник в очень большой степени ометодичен. Это обусловливает общепризнанный методистами факт, что ученик самостоятельно может освоить основные понятия геометрии с его помощью.

Учебник И.Ф. Шарыгина по геометрии для 7-9 классов [21] реализует авторскую, наглядно-эмпирическую концепцию построения школьного курса геометрии. Это выражается в отказе от аксиоматического подхода, аксиоматика не выдвигается на первый план. Некоторые разделы выходят за рамки программы (теорема Эйлера, прямая Эйлера, вневписанные окружности, задача Архимеда, окружность Аполлония и др.). Однако они представлены в интересной форме последовательных рассуждений, скрытого диалога. Уделяется внимание методам решения задач, что особенно важно при самостоятельной подготовке учащегося, а также окажет методическую помощь учителю. Указаны и систематизированы основные, наиболее распространенные ошибки в рассуждениях. Таким образом, учебник в сильной мере ометодичен. Содержит материал для внеклассного чтения, работы математического кружка.

А.Д. Александров [1] считает, что “задача преподавания геометрии - развить у учащихся три качества: пространственное воображение, практическое понимание и логическое мышление.

Разумеется, в задачи курса геометрии входит: дать учащимся, как это принято говорить, основные знания и умения в области геометрии. Однако, все же главные, глубинные задачи преподавания геометрии заключаются в трех указанных элементах...”. Таким образом, в этом учебнике сделана попытка представить в органическом единстве строгую логику и живое восприятие реального мира.

Учебником [1] чаще пользуются учителя, работающие в физико-математических школах, в классах с углубленным изучением математики; возможно его использование также в старших классах общеобразовательных школ.

Пробный учебник планиметрии авторов В.Н. Руденко и Г.А. Бахурина [18] отличается, прежде всего, четкой логической структурой, явно заявленной в самом начале курса: в первом же параграфе выделены основные понятия, дается ясное представление об аксиоме, теореме, определении, доказательстве. Учебник, тем не менее, доступен, в достаточной мере ометодичен.

2. Логическое строение курса геометрии основной школы

.1 Аксиоматический метод в курсе геометрии основной школы

Усвоение учащимися систематического курса планиметрии всегда вызывало, вызывает и будет вызывать наибольшие трудности при обучении математике. Это связано, прежде всего, с тем, что геометрия - единственная школьная дисциплина, которая строится на дедуктивно-аксиоматической основе и поэтому предъявляет повышенные требования к уровню развития логического мышления.

Как известно, аксиоматический метод, лежащий в основе дедуктивно-аксиоматического изложения геометрии, подчинен следующим требованиям:

) выделяется некоторое число основных (неопределяемых) понятий;

) свойства их описываются с помощью некоторого числа утверждений-аксиом;

) все остальные понятия вводятся с помощью строгих определений через основные неопределяемые или ранее введенные;

) все остальные утверждения строго (с помощью дедуктивных рассуждений) доказываются в виде теорем.

Вопрос об отражении аксиоматического метода в школе, о логической строгости в обучении математике является предметом дискуссии, которая наиболее остра именно в области обучения геометрии, где можно выделить три наиболее распространенные точки зрения:

сделать систематический курс аксиоматическим, четко отделив его от пропедевтического, характеризуемого широким использованием опыта и основанной на нем интуиции;

ни на каком этапе обучения не отделять логику от интуиции, а правильно сочетать их по-разному на разных ступенях обучения.

– построить в аксиоматическом стиле лишь небольшой фрагмент теории в старших классах, чтобы на этом материале знакомить учащихся с современным аксиоматическим методом, а весь курс строить, не отделяя логику от интуиции.

Покажем, что в школе практически нельзя реализовать первую точку зрения.

Проблему аксиоматического метода в обучении математике можно расчленить на две:

1. Аксиоматический метод как способ построения школьного курса на отдельных этапах обучения

2. Аксиоматический метод - как предмет изучения на конкретном и подходящем материале.

Проблема первая.

Дети лучше всего обучаются на собственном опыте. Учитель может подвести детей к созданию математических моделей конкретных ситуаций, а затем изучать структуры моделей. Этим создается база для последующей аксиоматической систематизации. Однако весь курс или раздел не может быть построен как абстрактная формальная система вне всякой содержательной интерпретации.

В современном аксиоматическом методе можно выделить две стороны: 1-я - абстрагирование теории от конкретных моделей (содержательная аксиоматика); 2-я - дедуктивное построение теории вне всякой интерпретации на базе системы аксиом.

В школе освещается только содержательная аксиоматика. Поясним сказанное.

o Аксиомы и выводимые из них теоремы рассматриваются как имеющие реальный смысл высказывания об объектах теории, а сам логический вывод предполагается интуитивно понятным.

o Задача аксиоматизации сводится к дедукции всех предложений теории из исходных аксиом.

Таким образом, современный аксиоматический метод как абстрактная формальная система не может служить способом построения школьного курса.

Тогда под применением аксиоматического метода будем понимать дедуктивное развитие теории, но не в абстрактной форме, а в виде определенной модели, отражая лишь одну сторону аксиоматического метода - логическую организацию материала.

Итак, в школьном обучении неизбежно сочетание интуитивных и логических элементов. О строгом аксиоматическом курсе речь не может идти.

Проблема вторая.

Нужно ли изучать аксиоматический метод?

Так как данный метод широко применяется в математике, то желательно ознакомить с ним учащихся. Понимание сути метода влияет на развитие мышления школьников. Но на каком этапе, материале, уровне следует вести обучение? Условия для успешного обучения следующие:

у учащихся должно быть наличие математических и логических знаний, которыми они могут овладеть лишь в 14-15 лет. Но подготовка к восприятию материала - правила вывода, примеры дедукции - должны реализовываться значительно ранее.

ознакомление возможно на достаточно простых примерах. Геометрия мало подходит для этого. Ее аксиоматика громоздкая, а другие примеры, отличные от классической модели, трудно привести учащимся.

Вывод: аксиоматический метод в геометрии может являться предметом изучения лишь в профильных математических классах. Если же речь идет об основной школе, о нем говорится лишь в ознакомительном плане либо в процессе реализации одной из форм предпрофильного обучения, либо в дополнительном математическом образовании.

Поэтому в 7-ом классе, когда вводятся начальные геометрические сведения, изложение материала практически во всех современных учебниках не ведется аксиоматически. Дается лишь представление об аксиоматическом изложении: роль доказательств постепенно усиливается, определения становятся корректней, однако, число утверждений, принимаемых без доказательств, и понятий, которым не дается строгого определения, остается довольно большим.

Дадим краткую характеристику аксиоматики в наиболее распространенных учебниках геометрии для основной школы [2; 16, 21].

Учебник Л.С. Атанасяна и др.

Основные неопределяемые понятия и отношения - “точка”, “прямая”, “наложение, “лежать между”.

Такие понятия и отношения, как “множество”, “число”, “принадлежать” и т.д., как считают авторы, принадлежат не только к геометрии, но и к другим разделам математики, - считаются известными, не относятся к числу основных понятий планиметрии.

В учебнике явно (но неполно) и доступно введено понятие об аксиоматическом построении курса: “... некоторые утверждения о свойствах геометрических фигур принимаются в качестве исходных положений, на основе которых доказываются далее теоремы и, вообще, строится вся геометрия. Такие исходные положения называются аксиомами” [2. С. 56].

Система аксиом рассматриваемого учебника состоит из четырех групп.группа - аксиомы взаимного расположения точек и прямых и порядка точек на прямой (аксиомы 1-5, с. 289-290).группа - аксиомы наложения и равенства фигур (аксиомы 7-13, с. 291).группа - аксиомы измерения отрезков и существования отрезка данной длины (аксиомы 14-15, с. 292).группа - аксиома параллельности (аксиома 16. с. 292).

Авторы не ставят задачи построения системы независимых аксиом, то есть требования того, что ни одну из них нельзя было вывести из остальных. Так, аксиома 5 может быть доказана на основе других аксиом. Для упрощения изложения она принята в качестве аксиомы, а не теоремы.

Система аксиом, безусловно, неполна, но достаточна для построения курса планиметрии.

Учебник А.В. Погорелова.

Основной принципиальной особенностью курса является традиционное содержание. Но это не значит, как считает автор и его комментаторы, что в учебнике сделан простой возврат к традиционной системе. Автор делает попытку поднять традиционный курс геометрии на качественно новый уровень, чего он достигает с помощью аксиоматического построения на основе оригинальной системы аксиом. Но в учебном пособии она “работает” в полную силу не по всем направлениям, а только по основным, центральным вопросам курса (углы, равенство треугольников, параллельные прямые, теоремы о сумме углов треугольника и четырехугольника, теоремы Фалеса и Пифагора, подобие треугольников и др.). Периферийные вопросы курса (длина окружности, площади и др.), имеющие прикладное значение, излагаются с привлечением наглядных соображений.

Аксиоматика планиметрии состоит из 10 аксиом, разбитых на 5 групп.группа - аксиомы принадлежности точек и прямых.группа - аксиомы взаимного расположения точек на прямой и на плоскости.группа - аксиомы измерения отрезков и углов.группа - аксиомы откладывания отрезков и углов и существования треугольника, равного данному.группа - аксиома параллельности.

Аксиоматика предъявляется сразу, в §1 изучаются все аксиомы (однако, термин “аксиома” не используется, аксиомы трактуются как “основные свойства простейших геометрических фигур”).

Основной методический принцип введения аксиом - максимальное использование наглядных представлений, выполнение практических работ, в процессе которых анализируются хорошо известные из опыта свойства простейших геометрических фигур. Причем, детально изучаются аксиомы I-III групп, остальные изучаются в ознакомительном порядке, отрабатываются в дальнейшем, в связи с изучением того материала, в котором они непосредственно применяются.

Только после этого вводятся понятия “доказательство”, “теорема”, “аксиома”. Поясняется, что основные свойства простейших фигур, ранее сформулированные, не доказываются, называются аксиомами. При доказательстве теорем разрешается пользоваться ими, а также уже доказанными теоремами.

Таким образом, в учебнике А.В. Погорелова уже в начале изучения планиметрии дается представление о логическом строении курса.

Учебник Шарыгина И.Ф.

В учебнике выделяются основные геометрические формы: тело, поверхность, линия, точка. Исходя из заявленной автором наглядно-эмпирической концепции курса, эти понятия разъясняются описательно, на большом числе примеров. Вводится понятие равенства фигур в случае их совмещения друг с другом. Аксиомы в начале курса присутствуют в виде свойств плоскости. Термина «аксиома» нет, однако «теорема», «доказательство» встречаются уже при знакомстве с первым утверждением, требующим доказательства (о пересечении двух прямых в точке). Автор не разъясняет смысл терминов, а указывает соответствующий материал в дальнейшем изложении курса. Таким образом, в неявном виде присутствуют три аксиомы:

через любые две точки плоскости можно провести прямую линию и притом только одну;

любая прямая делит эту плоскость на две части - две полуплоскости;

любая прямая плоскости является осью симметрии плоскости.

Как видим, вторая и третья аксиомы оригинальны, лежат в основе компактных и кратких доказательств теорем авторского курса. В дальнейшем изложении, в 8-м классе, свойства плоскости пополняются следующим, четвертым (аксиомой параллельности в неявном виде):

– через любую точку плоскости, расположенную вне данной прямой этой же плоскости, можно провести не более одной прямой, параллельной данной.

Список аксиом в дальнейшем не обобщается и полностью нигде не приводится, что отражает концепцию автора о неявной аксиоматике.

геометрия логический планиметрия математика

2.2 Методика ознакомления учащихся основной школы с логическим строением курса планиметрии

Прежде всего, отметим вариативный характер методики изучения курса планиметрии: учитель вправе выбрать один из многочисленных вариантов, в зависимости от того, в каком классе он работает - обычном, профильном, физико-математическом, классе коррекции и т.д.

Приведем лишь один из вариантов методики ознакомления учащихся с аксиоматическим построением курса планиметрии, который адресован обычному классу, не ориентированному на углубленное изучение математики, и в то же время не являющемуся классом коррекции. Эта методика носит щадящий характер, учитывает недостаточное развитие абстрактного мышления у семиклассников. Она принята в учебнике [2], носит многоэтапный характер, что обусловливает постепенное и основательное ознакомление с логической системой курса планиметрии.

-ый этап. Начало курса.

Введение основных понятий и их свойств в значительной мере опирается на наглядные представления, терминология (“основные неопределяемые понятия”, “аксиомы”, “теоремы” и др.) не используется. Это обусловлено тем, что ученикам, не знающим по существу, что такое доказать то или иное утверждение, трудно воспринимать в начале курса формальное логическое доказательство с помощью аксиом.

Поэтому понятие аксиомы в первых двух главах не вводится. Однако, все необходимые исходные положения, по сути, аксиомы I-III групп, даны в описательной форме уже в первой главе.

Таким образом, на этом этапе изучение аксиоматики носит неявный характер.

-ой этап. Глава III. Параллельные прямые.

В этой главе вводится понятие параллельных прямых и возникает необходимость во введении понятия аксиомы, причем, эта необходимость аргументируется: “Изучая свойства геометрических фигур, мы доказали ряд теорем. При этом мы опирались, как правило, на ранее доказанные теоремы. А на чем основаны доказательства самых первых теорем геометрии?” [2. С. 56].

Итак на этом этапе явно введены представления об аксиоматическом построении курса планиметрии, нужная терминология; аргументирована необходимость такого построения курса на базе уже имеющегося опыта определения понятий и доказательства конкретных теорем.

-й этап. Конец курса основной школы.

В конце курса девятилетней школы на заключительных уроках геометрии проводится обобщение понятия о логическом строении планиметрии, только теперь для этого имеется база.

Необходимость аксиом была показана ранее. Полезно показать неизбежность принятия некоторых понятий без определения.

Рассуждения могут быть такими: при определении некоторого понятия можно пользоваться только ранее известными, которые в свою очередь определяются с помощью ранее известных. Следовательно, должны существовать некоторые первоначальные понятия, которые не предшествуют никаким другим. В планиметрии это - “точка”, “прямая”. Их свойства описываются с помощью недоказываемых утверждений - аксиом.

Полезна иллюстрация: квадрат ® ромб ® параллелограмм ® четырехугольник ® многоугольник ® ломаная ® отрезок ® точка, прямая.

После этого систематизируются аксиомы, приводится их полный список с комментариями.

-й этап. Выходит за пределы основной школы.

В начале курса стереометрии еще раз необходимо провести обобщение логического строения геометрии: показать, что аксиоматика планиметрии расширяется аксиомами плоскости для получения аксиоматики стереометрии, причем, на любой плоскости пространства справедливы аксиомы планиметрии.

Литература

1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия. Пробный учебник для 8-9 кл. средней школы. М. 1991.

2. Атанасян Л.С. и др. Геометрия: Учебник для 7-9 кл. средней школы. - М. 1995.

. Бескин Н.М. Методика геометрии. М. 1947.

. Глейзер Г.И. История математики в школе. 4-6 классы. Пособие для учителей. - М.: Просвещение, 1981.

. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А. Лабораторный практикум по теории и методике обучения математике. - Калуга: КГПУ, 2003.

. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А., Малахова Е.И. Теоретические основы методики обучения математике. Тексты лекций. Часть 1. - Калуга: КГПУ, 2002.

. Колмогоров А.Н. и др. Геометрия. Учебное пособие для 6-8 классов средней школы. М. 1979.

. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физико-математических специальностей пединститутов / Е.И. Лященко и др. - М.: Просвещение, 1988.

. Малыгин К.А. Элементы историзма в преподавании математики в средней школе. Пособие для учителя. - М.: Учпедгиз, 1963.

. Метельский Н.В. Дидактика математики. Минск. 1982.

. Метельский Н.В. Пути совершенствования обучения математике. Минск. 1989.

. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика/ Составители Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. - М. 1985.

. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика. - М. 1987.

. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 5-9 классов средней школы. - М.: Просвещение, 1988.

. Никольская И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математики. Автореф. канд. дис. - М: 1973 г.

. Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы. М. 1987.

. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика, 5-11 класс. - М.: Дрофа, 2002.

. Руденко В.Н., Бахурин Г.А. Геометрия: Пробный учебник для 7-9 классов средней школы. М. 1992.

. Саврасов С.М., Ястребинецкий Г.А. Упражнения по планиметрии на готовых чертежах. - М. Просвещение, 1987

. Чичигин В.Г. Методика преподавания геометрии. Планиметрия. М.1959.

. Шарыгин И.Ф. Геометрия 7-9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Дрофа, 2000.