**Функция и её свойства**

переменная функция дробь пропорциональность

Функция - зависимость переменной у от переменной x, если каждому значению х соответствует единственное значение у.

Переменная х - независимая переменная или аргумент.

Переменная у - зависимая переменная

Значение функции - значение у, соответствующее заданному значению х.

Область определения функции - все значения, которые принимает независимая переменная.

Область значений функции (множество значений) - все значения, которые принимает функция.

Функция является четной - если для любого х из области определения функции выполняется равенство f(x)=f(-x)

Функция является нечетной - если для любого х из области определения функции выполняется равенство f(-x)=-f(x)

Возрастающая функция - если для любых х1 и х2, таких, что х1< х2, выполняется неравенство f(х1)<f(х2)

Убывающая функция - если для любых х1 и х2, таких, что х1< х2, выполняется неравенство f(х1)>f(х2)

Способы задания функции

• Чтобы задать функцию, нужно указать способ, с помощью которого для каждого значения аргумента можно найти соответствующее значение функции. Наиболее употребительным является способ задания функции с помощью формулы у=f(x), где f(x) - некоторое выражение с переменной х. В таком случае говорят, что функция задана формулой или что функция задана аналитически.

• На практике часто используется табличный способ задания функции. При этом способе приводится таблица, указывающая значения функции для имеющихся в таблице значений аргумента. Примерами табличного задания функции являются таблица квадратов, таблица кубов.

Виды функций и их свойства

) Постоянная функция - функция, заданная формулой у=b, где b-некоторое число. Графиком постоянной функции у=b является прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку (0; b) на оси ординат

) Прямая пропорциональность - функция, заданная формулой у=kx, где к №0. Число k называется коэффициентом пропорциональности.

Свойства функции y=kx:

. Область определения функции - множество всех действительных чисел

. y=kx - нечетная функция

. При k>0 функция возрастает, а при k<0 убывает на всей числовой прямой

) Линейная функция - функция, которая задана формулой y=kx+b, где k и b-действительные числа. Если в частности, k=0, то получаем постоянную функцию y=b; если b=0, то получаем прямую пропорциональность y=kx.

Свойства функции y=kx+b:

. Область определения - множество всех действительных чисел

. Функция y=kx+b общего вида, т.е. ни чётна, ни нечётна.

. При k>0 функция возрастает, а при k<0 убывает на всей числовой прямой

Графиком функции является прямая.

) Обратная пропорциональность - функция, заданная формулой y=k/х, где k №0 Число k называют коэффициентом обратной пропорциональности.

Свойства функции y=k/x:

. Область определения - множество всех действительных чисел кроме нуля

. y=k/x - нечетная функция

. Если k>0, то функция убывает на промежутке (0;+Ґ) и на промежутке (-Ґ; 0). Если k<0, то функция возрастает на промежутке (-Ґ; 0) и на промежутке (0;+Ґ).

Графиком функции является гипербола.

) Функция y=x2

Свойства функции y=x2:

. Область определения - вся числовая прямая

. y=x2 - четная функция

. На промежутке (0;+Ґ) функция возрастает

. На промежутке (-Ґ; 0) функция убывает

Графиком функции является парабола.

) Функция y=x3

Свойства функции y=x3:

. Область определения - вся числовая прямая

. y=x3 - нечетная функция

. Функция возрастает на всей числовой прямой

Графиком функции является кубическая парабола

) Степенная функция с натуральным показателем - функция, заданная формулой y=xn, где n - натуральное число. При n=1 получаем функцию y=x, ее свойства рассмотрены в п. 2. При n=2; 3 получаем функции y=x2; y=x3. Их свойства рассмотрены выше.

Пусть n - произвольное четное число, большее двух: 4,6,8… В этом случае функция y=xn обладает теми же свойствами, что и функция y=x2. График функции напоминает параболу y=x2, только ветви графика при |х|>1 тем круче идут вверх, чем больше n, а при |х|<1 тем «теснее прижимаются» к оси Х, чем больше n.

Пусть n - произвольное нечетное число, большее трех: 5,7,9… В этом случае функция y=xn обладает теми же свойствами, что и функция y=x3. График функции напоминает кубическую параболу.

) Степенная функция с целым отрицательным показателем - функция, заданная формулой y=x-n, где n - натуральное число. При n=1 получаем y=1/х, свойства этой функции рассмотрены в п. 4.

Пусть n - нечетное число, большее единицы: 3,5,7… В этом случае функция y=x-n обладает в основном теми же свойствами, что и функция y=1/х.

Пусть n - четное число, например n=2.

Свойства функции y=x-2:

. Функция определена при всех x №0

. y=x-2 - четная функция

. Функция убывает на (0;+Ґ) и возрастает на (-Ґ; 0).

Теми же свойствами обладают любые функции при четном n, большем двух.

) Функция y=Цх

Свойства функции y=Цх:

. Область определения - луч (0;+Ґ).

. Функция y=Цх - общего вида

. Функция возрастает на луче (0;+Ґ).

) Функция y=3Цх

Свойства функции y=3Цх:

. Область определения - вся числовая прямая

. Функция y=3Цх нечетна.

. Функция возрастает на всей числовой прямой.

) Функция y=nЦх

При четном n функция обладает теми же свойствами, что и функция y=Цх. При нечетном n функция y=nЦх обладает теми же свойствами, что и функция y=3Цх.

) Степенная функция с положительным дробным показателем - функция, заданная формулой y=xr, где r - положительная несократимая дробь.

Свойства функции y=xr:

. Область определения - луч (0;+Ґ).

. Функция общего вида

. Функция возрастает на (0;+Ґ).

На рисунке изображен график функции y=x5/2. Он заключен между графиками функций y=x2 и y=x3, заданных на промежутке (0;+Ґ). Подобный вид имеет любой график функции вида y=xr, где r>1.

На рисунке изображен график функции y=x2/3. Подобный вид имеет график любой степенной функции y=xr, где 0<r<1

) Степенная функция с отрицательным дробным показателем-функция, заданная формулой y=x-r, где r - положительная несократимая дробь.

Свойства функции y=x-r:

. Обл. определения - промежуток (0;+Ґ)

. Функция общего вида

. Функция убывает на (0;+Ґ)

) Обратная функция

Если функция y=f(x) такова, что для любого ее значения yo уравнение f(x)=yo имеет относительно х единственный корень, то говорят, что функция f обратима.

Если функция y=f(x) определена и возрастает (убывает) на промежутке Х и областью ее значений является промежуток Y, то у нее существует обратная функция, причем обратная функция определена и возрастает (убывает) на Y.

Таким образом, чтобы построить график функции, обратной к функции y=f(x), надо график функции y=f(x) подвергнуть преобразованию симметрии относительно прямой y=x.

) Сложная функция - функция, аргументом которой является другая любая функция.

Возьмем, к примеру, функцию y=x+4. Подставим в аргумент функцию y=x+2. Получается: y (x+2)=x+2+4=x+6. Это и будет являться сложной функцией.