Лекция 2

***Интегральные уравнения***

***электромагнитного поля.***

2.1. Теорема Гаусса для электрического поля.

2.1.1. Теорема Гаусса для магнитного поля.

2.2. Закон полного тока. Ток смещения.

2.3. Закон электромагнитной индукции.

2.4. Закон сохранения заряда.

***2.1. Теорема Гаусса для электрического поля.***

Интегральные уравнения электромагнитного поля являются обобщением экспериментальных законов и являются постулатами.

Теорема Гаусса устанавливает связь между потоком вектора электромагнитной индукции  , проходящим через замкнутую поверхность S и зарядами находящимися внутри поверхности. Теорема Гаусса является обобщением закона Кулона.

q-внутри S

q

# S

D dS = q =

S 0 вне S (2.1.1.)

Если заряд вне поверхности, то П = 0, т.к. сколько зарядов вошло, столько и вышло.

**q**

S

Внутри заряженной поверхности могут быть самые разные распределения зарядов.

   (2.1.2.)



Физическое понимание этих соотношений роль и сила теоремы Гаусса. Она позволяет судить о процессах происходящих внутри не проникая туда. К примеру, поток ≠ 0, значит внутри S есть что-то, что создает поток. Если П=0, то там ничего нет, нет источников полей.

Практическое использование теоремы Гаусса, рекомендации. Форма поверхности произвольная. Любая. Как распорядиться свободой ? Цилиндр, сфера, куб и т.д. Разные поверхности, разные сложности. Универсальная рекомендация. Если поверхность выбрана таким образом, что вектор  будет постоянен, то можно использовать теорему Гаусса.

****

**ρS**





r



h

**ΔS**

Пример: Рассчитать вектор , создаваемый бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью ρL.

По теореме Гаусса (2.1.2.) имеем:

→ →

D dS = q

Этап 1. Выбор замкнутой поверхности. Цилиндр высотой h и радиусом r.

→

Этап 2. Вычисление потока вектора D:

→ → → → → →

D dS = 2 ∫ D dS + ∫ D dS = D 2π r h

Sосн Sбок

Этап 3. Вычисление заряда:

q = ∫ ρL dl = ρL ∫ dL = ρL h

L

Этап 4. Применение теоремы Гаусса:

→ → →

D 2π r h = ρL h ; D = (ρL / 2π r) r0

**2.1.1. Теорема Гаусса для магнитных полей** -

→

устанавливает связь между потоком вектора В и источниками магнитного поля. Магнитных зарядов в природе нет.

→ →

В dS = 0 (2.1.1.1.)

S

Cто лет назад этими двумя интегральными уравнениями ограничивались познания человечества о природе.

***2.2. Закон полного тока. Ток смещения.***

К середине 18 столетия большинство ученых пришли к выводу, что между магнитными и электрическими явлениями нет ничего общего, это разные явления. К началу 19 века накопились факты, утверждающие, что существует связь между электрическими и магнитными явлениями. Датский ученый Эрстед сделал открытие, описав явление, но объяснение этого явления тогда было неправильно. Факт - если пропустить по проводнику электрический ток, то в окружающем пространстве возникает вихревое магнитное поле , направленное по касательной. Стрелка компаса отклоняется.

 (2.2.1.)

## I

**dℓ**

**dℓ**

**dℓ**

**dℓ**

Физический смысл: Источниками магнитных полей являются движущееся заряды, т.е. ток. →

Введем понятие плотности электрического тока δпр - количество зарядов, проходящих в единицу времени, через единичную площадку ⊥ к ней направленную.

**∆S**





На площадке S выделим элемент площадью Δ S, покажем направление площади и плотность тока проводимости: →

δпр

→ →

Δ I = δпр ΔS

→ →

I = ∫ ΔI = ∫ δпр dS (2.2.2.)

S S

В некоторой ситуации имеет место сложное распределение тока.

Выделим в системе некоторый контур L, охватывающий часть токов. Вклад в циркуляцию вектора Н дают только токи, охватывающие выделенный контур:

→ → n

∫ H dl = ∑ Ik (2.2.3.)

L k=1

I1 I2 I3 I4 I5

Для среды с непрерывным распределением тока:

→ → → →

**S**

**L**

∫ H dl = ∫ δпр dS (2.2.4.)

S

Магнитное поле могут создавать не

только движущиеся заряды, но и пе -

ременное электрическое поле.

**2.2.1. Ток смещения**:

Попытаемся на различных участках этой цепи вычислить циркуляцию →

**L1**

**L1**

**L1**

**L2**

вектора Н.

→ →

 = Н dl = Iпр (2.2.1.1.)

L1

Передвинем постепенно контур L1 к обкладкам конденсатора. Описанное равенство пока выполняется.

→→ →

Неверно  H dl = 0 ⇒ H = 0 ? ? ?

L2

Магнитное поле ведь было до обкладок, почему же оно исчезло ?

Максвелл показал, что магнитное поле есть, его порождает переменное электрическое поле что между обкладками есть ток смещения.

По Максвеллу:

→ →

правильно  H dl = Iсмещ (2.2.1.2.)

L2

В общем случае могут протекать как токи проводимости, так и токи смещения.

 H dl = Iпр + Iсм *Закон полного тока*

L (2.2.1.3.)

Если ввести понятие плотности тока смещения, то:

→ →

Iсм = ∫ δсм dS (2.2.1.4.)

S

Рассчитаем плотность тока смещения в цепи:

Iсм = Iпр = c (2.2.1.5.)

Iсм = εa 

C = εa  U = E d

Lсм = S 

***2.3. Закон электромагнитной индукции.***

Устанавливает в интегральной форме зависимость ЭДС, наведенной в контуре от магнитного потока. Сформулировал закон электромагнитной индукции Фарадей.

Э =  (2.3.1.)

→ →

Э = Е dl - циркуляция вектора Е по

L замкнутому контуру L.

→ → →

Ф = ∫ В dS - поток вектора В

S

Площадка S опирается на контур L

E dl = - (2.3.2.)

L

Знак (-) говорит о том, что возникшая в контуре ЭДС будет создавать переменное магнитное поле, которое препятствует направлению основного поля, которое вызвало ЭДС.

***2.4. Закон сохранения заряда.***

В замкнутой системе при любых процессах полный заряд остается неизменным. Если заряд остается неизменным, значит ничего не вышло за пре делы. Если заряд меняется, значит возникает ток:

→ →

**ρv**

**V**

**S**

I = ∂Q / ∂t ; I = δпр dS (2.4.1.)

S

Q = ∫ ρv dV; (2.4.2.)

v

→ →

 δпр dS = - ∫ dV - уравнение

s v непрерывности полного тока.