**Введение**

Теория вероятностей возникла в середине 17 в. То, что случайные явления представляют собой не исключение, а правило в реальном мире, было замечено еще в древности. Об этом словами Лукреция Кара прекрасно говорит Альфред Реньи. Попытки математически подойти к изучению случайных явлений делались задолго до Паскаля и Ферма. Во всяком случае, факты устойчивости частот случайных событий, связанных с демографическими данными и потреблением больших городов, были известны еще в Древнем Китае и Древнем Риме. Изучать случайные события с помощью точных методов пытались Кардано и Галилей. Однако начало теории вероятностей на самом деле положила только переписка Паскаля и Ферма по поводу вопросов кавалера де Мере. К тому времени процесс научного познания уже победил; научное мышление уверенно одолевало воззрения теологов, и свободный полет творческой мысли неизбежно приводил к одному из основных вопросов познания: каковы типы закономерностей, господствующих в Природе? Нет ли наряду с механистическим детерминизмом детерминизма более общего, позволяющего охватить явления природы шире и глубже?

На этот вопрос теперь дан определенный ответ: закономерности случайных явлений дают нам детерминизм более широкого типа, который в качестве предельного случая включает детерминизм полный, практически в реальных явлениях не наблюдаемый.

Начиная с Паскаля, Ферма и Гюйгенса, в научный обиход вошли первые понятия теории вероятностей - математической науки о случайных событиях. Эти понятия формировались на примерах изучения азартных игр, но создатели начал теории вероятностей отчетливо понимали общее натурфилософское значение своих рассмотрений. В связи со сказанным полезно привести подлинные слова Гюйгенса, которые содержатся в его трактате «Об азартных играх»: «…я полагаю, что при внимательном изучении предмета читатель заметит, что имеет дело не только с игрой, но что здесь закладываются основы очень интересной и глубокой теории». Последующее развитие науки в полной мере подтвердило эту точку зрения.

С течением времени изменялся и расширялся объект изучения теории вероятностей. Если в самом начале ее появления, фактически вплоть до конца XVIII века, основной интерес представляло исследование вероятностей случайных событий, то уже в XIX веке центр тяжести переносится на исследование случайных величин. Впрочем, само это понятие формировалось очень долго, и его элементы встречаются уже в работе Гюйгенса. Позднее случайными величинами занимались Муавр, Котс, Даниил Бернулли, Лаплас, Лежандр, Гаусс. Работы упомянутых ученых (кроме Муавра) относились к теории ошибок наблюдений, и здесь по необходимости должно изучать не столько случайные события, сколько случайные величины. Логически четкий смысл понятие случайной величины приобрело только в работах акад. А.Н. Колмогорова, а понятие функции распределения одной из работ А. Ляпунова.

На этом, однако, не прекратилось расширение объекта изучения. Во второй четверти нашего столетия в теорию вероятностей было введено важнейшее понятие - понятие случайного процесса. Его формирование протекало под влиянием физики, биологии, инженерного дела. Суть в том, что как физика и биолога, так и инженера в первую очередь интересует процесс развития явления во времени, а потому рассмотрение только случайных величин, которые не связаны с течением времени, имеет лишь ограниченное значение. И хотя определение случайного процесса связано с именами таких выдающихся исследователей, как А.Я. Хинчин, А.Н. Колмогоров, Е.Е. Слуцкий, следует все же отметить, что у них были и предшественники - Лаплас, Башелье, Пуанкаре, А.А. Марков. По предложению французского математика Адамара в честь Маркова назван важнейший класс случайных процессов (марковские процессы), для которых все влияние прошлого на развитие процесса в будущем заключается в достигнутом им в настоящий момент состоянии. Вскоре задачи геофизики и других областей естествознания привели к необходимости рассмотрения не только случайных величин, зависящих от одного параметра - времени, но и от многих параметров - времени и положения. Так появились новые объекты изучения - случайные поля.

Само собой разумеется, что центральное понятие теории вероятностей - вероятность - не могло оставаться неизменным на протяжении почти трехсот лет. Хорошо известно, что классическое определение, возникшее в переписке Паскаля и Ферма, оказалось недостаточным тогда, когда наука столкнулась с необходимостью изучения задач страхования, ошибок наблюдения. Разрыв логических основ теории вероятностей с потребностями практики сказывался уже в начале прошлого века и стал совершенно нетерпим в наши дни. Вот почему в последние пятьдесят лет ученые уделяли такое внимание логическим вопросам, вопросам разумного расширения действия понятий теории вероятностей. Это было вызвано потребностями как бурно прогрессирующей практики, предъявившей к теории вероятностей многообразные требования, так и самой математики.

Теоретические основы науки о авиационной техники в СССР были заложены в 50-60-х гг. Их базу составили количественные методы расчёта и анализа и инженерные методы обеспечения при создании и испытаниях изделий авиационной техники. Разработка методов количеств, оценки уровня, дифференцированный подход к оценке влияния различных видов отказов систем на выполняемые летательным аппаратом функции позволили перейти к активному управлению процессом обеспечения на этапах проектирования, экспериментальной отработки и лётно-доводочных испытаний летательных аппаратов. Была создана основа для объективной сравнительной оценки уровней летательных аппаратов различных типов и динамики их изменения во время эксплуатации. Реализация этих методов стала возможной благодаря созданию и широкому внедрению единой отраслевой системы учёта и сбора информации об отказах, выявляемых в эксплуатации, а также благодаря разработке вероятностно-статистических и расчётно-аналитических методов. В 70-х гг. наука о надёжности в авиации получила дальнейшее развитие. Основу её составили комплексные программы обеспечения, опирающиеся на научные методы проектирования, испытаний и эксплуатационной оценки изделий авиационной техники. Цель работы по обеспечению и анализу - изучение причин зарождения и развития неисправностей и создание изделий с заданным и контролируемым уровнем. Сложность решения проблемы возрастает одновременно с увеличением сложности создаваемых изделий и их насыщением автоматическими устройствами и системами, поддерживающими рабочие режимы вблизи пределов устойчивости работы и прочности конструкции. Благодаря применению научных методов обеспечения, учёту предшествующего опыта уровень вновь создаваемых изделий возрастает по сравнению с уровнем прототипов.

**1. Сравнительный анализ вероятностей катастрофы летательного аппарата.**

транспорт вероятность летательный

**1.1 Постановка задачи задания №1**

Летательный аппарат (ЛА) состоит из

*- m* двигателей с вероятностей отказа *P1, P2,… Pm;*

*- n* дублирующих систем энергосбережения с вероятностей отказа

*P1Э, P2Э,… PnЭ;*

*N* c вероятностей отказа *Рс* каждая.

Катастрофа наступает, если выходит из строя любая (r+1) и более двигателей, либо если все системы энергоснабжения, либо если хотя бы одна из *N* вспомогательных подсистем.

В случаи отказа любого *r* из *m* двигателей катастрофа наступает с вероятностью *РD.*

Определить вероятность катастрофы ЛА и сравнить ее с вероятностью катастрофы ЛА без дублирующих систем (один двигатель с вероятностью катастрофы *P1,* одна система энергосбережения с вероятностей отказа *P1Э* и *N* вспомогательных подсистем с вероятностей отказа *Рс* каждая), предполагая, что все упомянутые выше системы и подсистемы ЛА функционируют независимо друг от друга.

В обоих случаях сравнить вероятности катастроф, связанных с отказом

двигателей;

систем энергосбережения;

вспомогательных подсистем.

Дано

m = 5; Р1 =6∙10-4, Р2 =5∙10-4, Р3=7∙10-4, Р4=2∙10 -4, Р5=4∙10 -4

r=4 РD=0.1;

n=4 Р1Э=3∙10-4, Р2Э=4∙10-4, Р3Э=10 -4, Р4Э=6∙10 -4;

N=3∙103 Pc=6∙10-9.

*Решение.*

Математическая часть

Введем обозначение событий:

- D1, D2, *D3, D4 -* отказ 1-го, 2-го, 3-го и 4-го двигателей соответственно;

*- В1*, *В2*, *В3*, - отказ 1-й, 2-й, и 3-й системы энергоснабжения соответственно;

* Сi - отказ *i-*ой вспомогательной подсистемы, i = 1,*2,…, N;*
* *Ек -* катастрофа;

*- Ekd*, *Eкэ*, *Eкc -* катастрофы, связанные с отказом двигателей, систем энергоснабжения и вспомогательных подсистем соответственно.

А) **Рассмотрим случай** ЛА **с дублирующими системами:**

В этом случае:

*ЕK=ЕKD+ЕKЭ+EКС.* (1.1)

Перейдем к противоположным событиям, будем иметь:

*=*(1.2)

Из равенства (1.2) в силу соотношения двойственности получим:

*ЕK=**∙**∙* (1.3)

Тогда вероятность катастрофы будет определяться по формуле:

P(EK)=1 - P()=1-P(*∙**∙**) (*1.4)

Из равенства (1.4) в силу независимости событий *ЕKD, ЕKЭ*, *EКС* получим:

P(EK)=1- P∙ P()∙ P(EKC)=1 - (1-P(EKD))∙(1-P(EKЭ))∙P(EKC)). (1.5)

Рассмотрим структуру событий ЕKD, ЕKЭ, *EКС* и найдем их вероятности, то есть вероятности катастроф, связанных с отказом

* двигателей *ЕКD*
* систем энергоснабжения *ЕKЭ*
* вспомогательных подсистем *ЕKC*

1) Рассмотрим структуру событий *ЕKD* и найдем *P(EKD)*= *PKD*

Так как событие *ЕKD* - это событие, состоящее в том, что катастрофа произошла из-за отказа двигателей, а по условию задачи катастрофа, связанная с отказом двигателей наступает, если выходят из строя любых *(r+1*) и более двигателей из *m* двигателей, а в случае отказа любого *г* из *m* двигателей катастрофа наступает с вероятностью *РD.* Значит:

*ЕKD= ЕKDr+ ЕKD≥ (r+1)*, где

Так как в нашем случае число двигателей m = 5, r = 4; то r + 1 = 4 + 1 = 5.

Значит:

*ЕKD= ЕKD4+ ЕKD≥5* где:

*ЕКD4 -* событие, состоящее в том, что катастрофа произошла из-за отказа любого *r =*4 из *m=*5 двигателей;

ЕKD>5 *-* событие, состоящее в том, что катастрофа произошла из-за выходы из строя любых (r + 1) = 5 и более двигателей, а в нашем ЕKD>5*=* ЕKD5 - это событие, состоящее в том, что катастрофа произошла из-за отказа пяти двигателей. Из этого следует, что:

*ЕKD≥5 = ЕKD5 = D1∙ D2∙ D3∙ D4∙ D5* (1.6)

В свою очередь катастрофа, связанная с отказом ровно r = 4 двигателей (при работающих остальных), не обязательно влечет за собой катастрофу (ас вероятностью *PD)*, значит

*EKD4=EK∙ ED4*

Тогда:

*EKD= EKD4+ EKD≥5= EK∙ ED4+ EKD≥5*

Так как события *EKD4,* и *EKD≥5* несовместны, то

P(*EKD)=P(EKD4+ EKD≥5)=* *P(EKD4)+ P(EKD≥5)=P(EK∙ ED4)+P(EKD≥5)*

а для нашего случая и учитывая (1.6), получим:

*P(EKD)=P(EKD4+ EKD≥5)= P(EKD4)+ P(EKD≥5)=P(EK∙ ED4)+P(EKD≥5)= P(EK∙ ED4)+P(EKD5) = P(EK∙ ED4)+ P(D1∙ D2∙ D3∙ D4∙ D5)*

С другой стороны, катастрофа, связанная с отказом ровно *r=*4 двигателей при работающих остальных из пяти имеющихся у ЛА по условию задачи, есть следующее событие:

*ED4 = D1∙ D2 ∙ D3∙D4* + *D1∙ D2 ∙ D3∙**∙ D5 +D1∙ D2 ∙* *∙D4∙D5* +

*+* *D1∙**∙ D3∙D4∙D5* +*∙ D2 ∙ D3∙D4 ∙ D5*  (1.8)

то есть не работают 5-й, 4-й, 3-й, 2-й, 1-й двигатели из пяти, имеющихся у ЛА.

**Замечание.**

Тот факт, что события *EKD4* и *EKD≥5* несовместны, можно доказать следующим образом:

*EKD4∙ EKD≥5*=< *согласно* (1.7) >= *EK∙ ED4∙ EKD≥5=< согласно* (1.6) >= *EK∙ ED4∙ ЕKD5 = =< согласно* (1.6) *и* (1.8) = *EK(D1∙ D2 ∙ D3∙D4* + *D1∙ D2 ∙ D3∙**∙ D5 +D1∙ D2 ∙* *∙D4∙D5* + *D1∙**∙ D3∙D4∙D5* +*∙ D2 ∙ D3∙D4 ∙ D5*) *∙ D1∙ D2∙ D3∙ D4∙ D5 =* *EK ((D1∙ D2∙ D3∙* *∙D5* *D1∙ D2∙ D3∙ D4∙D5)+(D1∙ D2∙* *∙ D4∙D5 ∙ D1∙ D2∙ D3∙ D4∙D5)+(D1∙* *∙ D3∙ D4∙D5 ∙ D1∙ D2∙ D3∙ D4∙D5)+(**∙ D2∙ D3∙ D4∙D5 ∙ D1∙ D2∙ D3∙ D4∙D5)+(D1∙ D2∙ D3∙ D4∙* *∙D1∙ D2∙ D3∙ D4∙* *)=*

*= EK((D1∙ D1)∙(D2 ∙D2)∙(D3∙ D3)∙(D4∙ D4) ∙(D5 ∙* *) + (D1∙ D1)∙(D2∙ D2)∙(D3∙ D3)∙(D4∙* *)∙(D5 ∙ D5)+(D1∙ D1)∙(D2∙ D2)∙(D3∙* *)∙(D4∙ D4) ∙(D5 ∙ D5) +(D1∙ D1)∙(D2∙* *)∙(D3∙ D3)∙(D4∙ D4) ∙(D5 ∙ D5)+(D1∙* *)∙(D2∙ D2)∙(D3∙ D3)∙(D4∙ D4) ∙(D5 ∙ D5)*

Используя тот факт, что A∙A = A и A∙=Ø, получим

*EKD4*∙ *EKD≥5 =EK((D1* ∙*D2* ∙ *D****3*** ∙*D4****∙*** Ø*) + (D1* ∙*D2* ∙*D****3∙*** Ø*∙ D5****)****+ (D1* ∙*D2* ∙ Ø ∙*D4∙D5) + (D1* ∙ Ø ∙ *D3* ∙*D4∙D5)* *+* *(*Ø ∙*D2* ∙*D3* ∙*D4∙ D5))* = Ø

А как известно, что, если произведение двух событий равно невозможному событию (пустому множеству), то такие события являются несовместными.

По определению условной вероятности имеем:

*P(EKD)=P(EK / ED4)∙P(ED4)+P(*)

а в силу независимости событий Di, i=, далее имеем:

*P(EK / ED4) ∙ P(ED4)+ P(*)

Используя (1.7) и несовместимость его (*ED4)* слагаемых

*P(EK / ED4)∙(P(D1∙ D2 ∙ D3∙D4* *)* + *P(D1∙ D2 ∙ D3∙**∙ D5 )* + *P(D1∙ D2 ∙* *∙D4∙D5)*+ *P(D1∙**∙ D3∙D4∙D5)*+ P(*∙ D2 ∙ D3∙D4 ∙ D5))+*)

В силу всех независимых событий Di , i= и потому, что

*P(**)=1-P(Di)*, получим далее:

*P(EK / ED4)∙**[(P(*D1*)∙P(*D2*)∙P(*D3*)∙(P(*D4*) ∙(1-P(*D5*))+ (P(*D1*)∙P(*D2*)∙P(*D3*)∙(1-P(*D4*)) ∙P(*D5*)+P(*D1*)∙P(*D2*)∙(1-P(*D3*))∙P(*D4*) ∙P(*D5*) +P(*D1*)∙(1-P(*D2*))∙P(*D3*)∙P(*D4*) ∙P(*D5*) +(1-P(*D1*)∙ P(*D2*)∙ P(*D3*)∙P(*D4*) ∙P(*D5*)]+*)

Так как P(Di)=Pi, i= и *P(EK / ED4)=PD,* имеем

*P(EKD)=PD∙[P1∙ P2∙ P3 ∙P4∙(1-P5)+P1∙ P2∙ P3 ∙(1 - P4)∙P5 + P1∙ P2∙(1 - P3)∙ P4∙P5 + P1∙(1 - P2)∙ P3∙ P4∙P5 +(1 - P1)∙ P2∙ P3∙ P4∙P5]+ P1∙ P2∙ P3 ∙ P4 ∙P5=PD∙[P1∙ P2∙ P3∙ P4+ P1∙ P2∙ P3∙P5+ P1∙ P2∙ P4∙P5+ P1∙ P3∙ P4∙P5+ P2∙ P3∙ P4∙P5]∙(1-5PD)∙ P1∙ P2∙ P3 ∙ P4∙P5≡PKD;*

Если выполняется условие

P «PD для всех i= (1.9)

и учитывая, то что значение вероятности случайного события есть величина, меньшая единицы, то

P1∙ P2∙ P3 ∙ P4∙ P5→0

А значит тоже

(1-5PD)∙ P1∙ P2∙ P3 ∙ P4∙ P5→0

И тогда имеем

P(EKD)≡PKD≈*PD∙(P1∙ P2∙ P3∙ P4+ P1∙ P2∙ P3∙P5+ P1∙ P2∙ P4∙P5+ P1∙ P3∙ P4∙P5+ P2∙ P3∙ P4∙P5)* (1.10)

Подставив значения, данные из условия задания, получим

*P(EKD)≡PKD≈PD*∙(*P1∙ P2∙ P3∙ P4+ P1∙ P2∙ P3∙P5+ P1∙ P2∙ P4∙P5+ P1∙ P3∙ P4∙P5+ P2∙ P3∙ P4∙P5)=0.1∙(6∙10-4∙5∙10-4∙7∙10-4∙2∙10-4+6∙10-4∙5∙10-4∙7∙10-4∙4∙10-4+6∙10-4∙5∙10-4∙2∙10-4∙4∙10-4+6∙10-4∙7∙10-4∙2∙10-4∙4∙10-4+5∙10-4∙7∙10-4∙2∙10-4∙4∙10-4)=*

*=0.1∙10-16∙(420+840+240+336+280)=21.16∙10-16* (1.10)

) Рассмотрим структуру событий *Екэ* и найдем P(EКЭ)=PКЭ

EКЭ≡ B1∙ B2∙ B3∙B4 - катастрофа, связанная с отказом всех трех систем энергоснабжения ***(п***= 4 по условию задачи).

В силу независимости всех событий Bi, i= имеем

*P(EКЭ) ≡P(B1∙B2∙B3*∙B4*)=P(B1) ∙P(B2) ∙P(B3) ∙P(B4) =P1э∙P2э∙P3э∙P4э* (1.12)

Подставив значения, данные из условия задания, получим

*P(EКЭ)≡P(B1∙B2∙B3∙B4)=P(B1) ∙P(B2) ∙P(B3) ∙P(B4)=P1э∙P2э∙P3э∙P4э =3∙10-4∙4∙10-4∙10-4∙6∙10-4=120∙10-16* (1.13)

) Рассмотрим структуру события *екс* и найдем *P(екс) = Pкс.*

Событие *Екс*наступает, если отказывает хотя бы одна из вспомогательной подсистемы, значит

*екс≡C1+C2+ … +CN=*

В силу закона двойственности

*екс≡**=* *∙**∙…∙**=*

в силу независимости событий , i= получим

*P (**) ≡P(**=P(**) ∙ P(**)∙…∙ P(**)=**=**1-P(Ci))*

Так как *P(Ci)=Pc,*i= получим

*P (**)=**=**1-Pс)=(1-Pc)N*

тогда

*P(екс)=(1- P (**)=1 - (1-Pc)N≡PKC*

Если выполняется NPC<<1=>

*P (**)=(1-Pc)N=1-NPC+* *PC2-… (-1)N PcN ≈ 1-NPC* (1.14)

Подставив значения, данные из условия задания, получим

*P(екс)**1-1+NPC=NPC=3∙103∙6∙10-9=18∙10-6* (1.15)

**.2 Расчетная часть**

Переходим к числовым расчетам. Вычислим вероятность катастрофы по выведенной нами формуле (1.5). Так как в нашем случае выполняется условие (1.9), то

*P(EК)=1 - (1 - P(EKD))∙(1-P(екс))∙P(**))=1-**=*=1 - (1 - *PD∙(P1∙ P2∙ P3∙ P4+ P1∙ P2∙ P3∙P5+ P1∙ P2∙ P4∙P5+ P1∙ P3∙ P4∙P5+ P2∙ P3∙ P4∙P5)+ (1-5**) P1P2P3P4 P5)*∙(*1-P1Э∙ P2Э∙ P3Э P4Э)∙(1-Pc)N*

Если выполняется условие NPC<<1 и PKD<<1 и PКЭ<<1, то будем далее иметь

*PKD+ PКЭ+ NPC=21.16∙10-16+120∙10-16+18∙10-6 ≈18∙10-6*

Так как *21.16∙10-16≤120∙10-16≤18∙10-6****,*** видно, что *PКЭ ≤ PKD ≤ Pкс* из этого следует, что вероятность катастрофы, связанной с отказом вспомогательных подсистем, является определяющей.

**В) Теперь рассмотрим случай ЛА без дублирующих систем:**

*P’КЭ= P’1Э; ≤ P’KD = P1=>*

*P’ (EK)=P1+P1Э+NPC=6∙10-4+3∙10-4+18∙10-6=918∙10-6*

*P’KЭ < P’КD < PКС,*а из этого следует, что вероятность катастрофы, связанной с отказом двигателя и систем энергоснабжения, является определяющей.

И, наконец, сравним вероятности *P’ (EK) и P’ (EK):*

==51

**Вывод**

На основании вышеизложенного можно заключить, что наиболее вероятной является катастрофа, связанной с отказом одной из вспомогательных подсистем, а отсутствие дублирующих систем увеличивает вероятность катастрофы в 51 раз, при этом определяющим фактором становится отказ двигателя или системы энергоснабжения.

**2. Определение надежности элементов системы энергоснабжения самолета задача №2**

**.1 Постановка задачи задания №2**

Испытываются *m* элементов системы энергоснабжения самолета, которые работают независимо один от другого. Длительность времени безотказной работы элементов распределена по показательному закону с функциями надежности *Ri(t)*,  для каждого из  элементов, где ;

Определить вероятность того, что в интервале (0;в) часов откажут

а) только один элемент;

b) только два элемента;

c) все *m* элемента.

Дано:

*m* = 3;

*б1*= 0,37; *б2*= 0,47; *б3*= 0,17;

в = 5;

Решение.

Математическая часть

Введем обозначения:

*A1*, *A2*, *A3*, *A4* - событие, состоящее в том, что отказал только один элемент, только два, все три элемента, ни один элемент не отказал.

*p1, p2, p3* - вероятность отказа 1-го, 2-го, 3-го элемента в заданном интервале (0; 5) соответственно; тогда

*q1, q2, q3* - вероятность безотказной работы 1-го, 2-го, 3-го элемента в заданном интервале (0; 5) соответственно;

Вероятность *p1* отказа 1-го элемента в заданном интервале (0; 5) будет равна:

, следовательно:

.

Вероятность *p2* отказа 2-го элемента в заданном интервале (0; 5) будет равна:

, следовательно:

.

Вероятность *p3* отказа 3-го элемента в заданном интервале (0; 5) будет равна:

, следовательно:

.

**2.2 Расчетная часть**

Переходим к расчету искомых вероятностей, которые находится следующим образом:

Вероятностьотказа только одного элемента в заданном интервале (0; 5) будет равна:

;



Вероятность  отказа только двух элементов в заданном интервале (0; 5) будет равна:



Вероятность отказа только трех элементов в заданном интервале (0; 5) будет равна:

.

Вероятность  безотказной работы всех трёх элементов за время испытания в заданном интервале (0; 5) будет равна:

.

Вывод

На основании изложенного можно заключить, что при заданных данных во время испытаний в заданном интервале (0; 5) наиболее вероятным являются отказ только двух элементов, а наименее вероятным является отказ только одного элемента, так как:



Вероятность того, что все три элемента безотказно отработают во время испытаний в заданном интервале (0; 5) является небольшой, а именно:



**Список использованной литературы**

1. Сотсков Ю.Н., Нарольская А.Н. Теория расписаний. Методичеcкое пособие. - Мн.: РИО МГВАК, 2008.

. Сапцин В.М. Высшая математика. Часть 1. - Мн.: РИО МГВАК, 2002.

. Барковская Л.С., Станишевская Л.В., Черторицкий Ю.Н. Теория вероятностей. Практикум. - Мн.: РИО УО «БГЭУ», 2004.