***Лекция 7***

***Плоские электромагнитные***

***волны***

7.1. Понятие волнового процесса.

7.2. Плоские волны в идеальной среде.

7.3. Плоские волны в реальных средах.

7.4.Распространение волнового пакета. Групповая скорость.

7.5. Поляризация ЭМВ.

***7.1. Понятие волнового процесса.***

Мир, в котором мы живем, - мир волн. Чем характеризуется мир волн, волновых процессов ?

Волновой процесс имеет следующие характерные признаки:

1. Волновой процесс всегда переносит энергию и импульсы. Нас интересуют волновые процессы ЭМВ.
2. Конечная скорость всех волновых процессов. В случае ЭМВ - это скорость света.
3. Независимость волновых процессов друг от друга. В этой комнате существуют поля самых разных частот, поля р/станций, света и т.д.
4. Волновые процессы, различные по физической природе, описываются одним и тем же математическим аппаратом.

Под волновым процессом понимают возмущение некоторой величины в пространстве, перемещающееся с конечной скоростью, переносящее мощность без переноса вещества.

***7.2. Плоская ЭМВ в идеальной среде.***

Под плоской ЭМ волной понимают волновой процесс, у которого составляющие электрического и магнитного полей изменяются в одинаковой фазе в плоскости перпендикулярной направлению распространения.

→ →

(7.2.1.) rot H = j ωεa E ⎫ Используем для анализа

→ → ⎬ 1 - е и 2 - е уравнения

(7.2.2.) rot E = - j ωμa H ⎭ Максвелла

Источники, создающие плоские волны не входят в эти уравнения. Мы рассматриваем волновые процессы в дальней зоне, т.е. в пространстве за пределами

→ →

зарядов и токов. Решим уравнения относительно Е и Н.

→

Из уравнения (7.2.1.) выразим Е и подставим в (7.2.2.):

→ →

E = () rot H

→ →

() rot (rot H) = - jωμa H

→ → →

rot rot H = grad div A - ∇2 H

→ → →

grad div H - ∇2 H = ω2 εaμa H

→

т.к. div H = 0 - четвертое уравнение Максвелла

→ →

∇2 H + k2 H = 0 однородное волновое ур-е Гельмгольца (7.2.3.)

k2 = ω2μaεa

Точно так же из второго уравнения получаем

→

уравнения для вектора Е:

* →

∇2 E + k2 E = 0 - однородное волновое ур-е Гельмгольца (7.2.4.)

В развернутом виде запишем уравнения:

() +() +() + k2 H = 0 (7.2.5.)

Решать такое уравнение трудно. Предположим, что источник ЭМ колебаний находится очень далеко от той области, где рассматриваем волны.

**y**

**М2**

**М1**

**z**

**r1**

**r2**

**r3**

**х**

**М3**

источник

r1 ≈ r2 ≈ r3

т.к. источник очень далеко, то расстояния до точки можно считать одинаковым. Из физического смысла задачи, можно утверждать, что изменения полей по координате y, х нет, т.е.:

= = 0

() + k2 H = 0 (7.2.6.)

Для плоской ЭМВ волновое уравнение упрощается. Решение уравнения:

H(z) = A e - jkz + B e jkz → в обычной форме

H(z,t) = e ω (A e - jkz + B e jkz) → если поле зависит от времени.

→ →

H(z,t) = h → означает, что поле векторное.

→ →

H(z,t) = h [A e ω + B e ω+] (7.2.7.)

Выделим составляющую поля c амплитудой А:

→ →

Ha(z,t) = h A e ω - в комплексной форме.

(7.2.8.)

Выделим из комплексного выражения действительную часть:

→ →

Haреал(z,t) = Re Ha(z,t) = h A cos(ωt - kz) (7.2.9.)

**z**

**t=t1**

**t=t2**

**НАреал**

**(z, t)**

**z1 z2**

Фотография процесса в момент времени t = t1, t = t2. С какой скоростью перемещается фронт с одинаковой фазой ? Выясним это:

Ф1 = ωt1 - kz1 ; Ф2 = ωt2 - kz2  (7.2.10.)

Прибор регистрирует одинаковую напряженность, надо потребовать, чтобы Ф1 = Ф2

ωt1 - kz1 = ωt2 - kz2

k (z2 - z1) = ω (t2 - t1)

= Vф - называется фазовой скоростью волны.

k = ω √ εa μa

Vф = - зависит от свойств среды,

где распространяется ЭМВ.

ε0 = 8,85\*10 –12 , μ0 = 4π\*10-7 ,

V = 3\*108 (7.2.11.)

λ - называют пространственную периодичность волнового процесса.

λ - это длина пути, которую проходит фронт с одинаковой фазой за период, или- это есть расстояние, которое проходит фазовый фронт за 1 период.



**z**

**ℓ = λ**

**z1**

**z2**

t-соnst

в т. Z1 Ф1 = ωt - kz1

в т. Z2 Ф2 = ωt - kz2

Ф1 - Ф2 = 2π

z2 - z1 = = λ

k =  - волновое число

Vф = = f λ ⇒ если в вакууме, то

Vф = c

Vф = f λ (7.2.12.)

Выясним связь напряженностей Е и Н в ЭМВ:

→ →

rot H = j ω εa E

→ →

rot E = - j ω μa H

Спроектируем уравнение на оси координат:

. . .

→ i j k

rot H =   

Hx Hy Hz

-() = jωεa Ex

= jωεa E; 

0 = jωεa Ez

↓

Ez = 0

-() = - jωμa Hx , 0 = - jωμaHz

 = - j ωμa Hy , Hz = 0 (7.2.13.)

В ЭМВ отличны от нуля только две составляющие в плоскости ⊥ плоскости распространения:

-() = jωεaEx

j k Hy = jωεa Ey

 (7.2.14.)

Это лишний раз подчеркивает, что сферические волны излучателя в дальней зоне превращаются в плоские ЭМВ.

→ →

*Ориентация векторов Е и Н.*

→ →

Для плоской ЭМВ Е всегда ⊥ Н.

→→

Покажем, что величина Е Н = 0:

→→ →→

E H = E H cos (E H) = 0

(i Ex + j Ey) (i Hx + j Hy)

ExHx + EyHy­ = Zc HyHx - ZcHxHy = 0

Ex = Zc Hy ; Ey = - Zc Hx

→ →

E ⊥ H всегда в плоской ЭМВ

→ →

H = y0 A e ω общая запись

→ → плоской ЭМВ.

H = x0 A Zc e ω (7.2.15.)

Поскольку в рассматриваемой задаче рассматривается только один источник, то учитываем только волну с амплитудой А. В пространстве имеются

→ →

2 взаимно перпендикулярных поля ( Е и Н). Как определить направление переноса энергии ?



****

**х**

**у**

**z**

****



→ → →

Пср = () Re [E \*H\*]

Итоги: → →

1. Составляющие Е и Н лежат в плоскости перпендикулярной направлению распространения и изменяются в фазе (там где max Е там max Н, и наоборот)
2. Отношение = Zc определенная величина в случае вакуума Zc = 120 π. Плоская ЭМВ однородная.
3. Амплитуды Е и Н не зависят от поперечных координат.
4. У плоской ЭМВ Ez = 0 , Hz = 0.

***7.3. Плоские волны в реальных средах.***

Предыдущий анализ относился к идеальным средам. В реальных средах часть энергии будет теряться в среде, значит амплитуда волны будет убывать. Любая реальная среда - набор связанных зарядов (диполей), могут быть и свободные заряды.







Часть энергии переходит в тепло. Количественно опишем процесс.

В реальных средах, при гармонических воздействиях проницаемости величины комплексные:

ε = ε`a - j εa``

μ = μa` - j μa`` (7.3.1.)

Все рассуждения и результаты сохраняют силы, но параметры εа μа - комплексные.

**Амплитудные соотношения**.

С этой целью рассмотрим, что представляет собой волновое число в реальной среде:

\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

k = ω √ εaμa = ω √ (εa`- jεa``)(μa`- jμa``) = β - jα (7.3.1.)

поскольку величины εа и μа - комплексные, то *k* - тоже величина комплексная. К каким последствиям это может привести ? Рассмотрим волновой процесс:

→ → →

H (z,t) = y0 A e ω = y0 A e (ωβ−α) =

→

= y0 A e − αΖ e ωβΖ) (7.3.3.)

**z**

**e-αz**

**Н**

Параметр α получил название коэффициента затухания. β - фазовая постоянная - вещественная часть волнового числа.

Vф = ω / β в реальных средах  (7.3.4.)

Понятие Λ было введено для идеального диэлектрика. Если затухание мало, то можно выбрать точки, где поля отличаются по фазе на 2π и считать, что это Λ. Если затухание очень велико, периодичность процесса теряет смысл (соленая вода), понятием λ можно пользоваться условно.

*Количественная оценка.*

Рассмотрим поведение амплитуды в точках:

в т. Z1 → H(Z1) = A e - αΖ1

в т. Z2 → H(Z2) = A e - αΖ2

Изменение

a = 20 lg () = 20 lg () =

= 20 lg e  α(Ζ2- Ζ1) = 20 α (Z2 - Z1) lg ℓ

Z2 - Z1 = ℓ

a = 8,69 α l [дБ] (7.3.5.)

во столько раз, пересчитанных в дБ уменьшилась амплитуда поля .

Под глубиной проникновения поля понимают расстояние, на котором амплитуда поля убывает в *е* раз

→ →

(вектор Е и Н).

Изменение поля Н = A e - αΖ. На расстоянии равном глубине проникновения в точке Z = 0, Н1 = А

в т. Z = Δ0 H2 = A e - αΔ

= е = е - αΔ ; α Δ0 = 1

Δ0 =  (7.3.6.)

*Фазовые соотношения*

Воспользуемся понятием “характеристическое сопротивление cреды”

\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Zc = √ = √μa` - jμa``/ εa`- jεa``=⏐Zc⏐ e ϕ (7.3.7.)

в реальных средах Zc величина комплексная. Поведение

→ →

Е и Н в реальной среде:

→ →

H(z,t) = y0 A e - αΖ e ωβΖ)

→ →

E(z,t) = x0 A Zc e - αΖ e ωβΖ) =

→

= x0 A ⏐Zc⏐e - αΖ  e ωβΖ + ϕ) (7.3.8.)

Модуль характеристического сопротивления означает отношение амплитуд между электрическим и магнитным полями, а фаза характеристического сопротивления показывает величину сдвига фаз между

→ → → →

Е и Н. В реальных средах всегда Е и Н сдвинуты на некоторую величину.

*Волновой процесс в реальных средах*

**ϕ**

**z**

**y **

**x**



**Н**

**-е-αz**

*Расчет коэффициента затухания и*

*фазовой постоянной в реальной среде*

Проведем расчет для частного случая, широко используемого на практике.

Реальная cреда не магнитный диэлектрик.

εa = εa`- jεa`` ; μa = μa`- j0 = μθ  (7.3.9.)

(почва, вода)

Порядок расчета:

1) Из общих выражений для k:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

k = β - jα = ω √ (εa`- jεa``) μa` (7.3.10.)

Выделим вещественную и мнимую часть. Для этого левую и правую часть возведем в квадрат, т.к. надо избавиться от радикалов:

β2 - 2 jβα - α2 = ω2εa`μa ` - jω2εa``μa`

Два комплексных числа тогда равны, когда равны и вещественные и мнимые части.

⎧ β2 - α2 = ω2 εa`μa`

⎨

⎩ 2β α = ω2 εa``μa`

ω2 εa`μa` = q - обозначим

ω2 εa``μa` = ω2 εa`μa = q tg Δ

= tg Δ (7.3.11)

⎧ β2 - α2 = q ; α = 

⎨

⎩ 2β α = q tgΔ

β2 - () tg2Δ - q = 0

β4 - qβ2 - () tg2Δ = 0

β2 = 

Какой знак взять + или - ?

Исходя из физического смысла оставляем только +, т.к. β - будет отрицательная.

β2 = (1 + √ 1 + tg2Δ)

β = ω √ (√ 1 + tg2Δ + 1) (7.3.12)

для α решение аналогичное:

α = ω (7.3.13)

*Выводы:*

1. По определению Vф = 

Vф = 

tg Δ = 

Vф зависит от частоты. Встретились с явлением дисперсии. Зависимость Vф от f называется дисперсией. Идеальная среда не обладает дисперсией.

σ = 0 - идеальная среда

σ ≠ 0 - реальная

Рассмотрим поведение ЭМВ в двух случаях:

1) Среда с малыми потерями, малым затуханием:

tg Δ << 1

\_\_\_\_\_

β = ω √ εa`μa` (7.3.14.)

β совпадает с волновым числом для идеального диэлектрика с параметрами εа, μа.

Для α:

\_\_\_\_\_\_\_\_

√ 1 + tg2Δ ≅ 1 + () tg2Δ - разложение в ряд

\_\_\_\_\_

√ 1 + x ≅ 1 + x2

α = ω tgΔ =() √ εa`μa`

чем > tgΔ , тем > α. (7.3.15)

2) Среда с большими потерями.

tg Δ >> 1

β = ω tgΔ

α = β

β = α = ω

tg δ = 

α = β =  (7.3.16.)

Δ0 = 

*Пример:*

Определить во сколько раз уменьшается амплитуда волны на расстоянии равном длине волны (в среде с большими потерями).

e αΖ = eβΖ = e (2π/λ)λ = e 2π = 540 раз

***7.4. Групповая скорость плоских волн***

Все реальные сообщения занимают определенный спектр частот и возникает вопрос, какой реальный сигнал передается ?

ω

ω

ω1 ω2 ω3

В реальных средах, каждая гармоническая составляющая передается со своей скоростью ω1 ω2 ω3. С какой скоростью передается сигнал ?

Рассмотрим простой случай, когда сообщение состоит из двух гармонических сигналов:

ψ1 = A cos (ω1t - k1 Z)

ψ2 = A cos (ω2t - k2 Z) (7.4.1.)

Рассмотрим сложение двух сигналов:

ψ = ψ1 + ψ2 = A [cos (ω1t - k1 Z) + cos (ω2t - k2Z)]

ψ = 2A cos ((ω1 -) t - (k1 -) Z) \*

\*cos ((ω1 +) t - (k1 +) Z)

= Δ ω  = ω0

= Δ k = k0

Δ ω << ω0 Δ k << k0

ψ = 2 A cos (Δ ωt - Δ k Z) cos (ω0t - k0Z) (7.4.2.)

----------------------- -------------------

описывает медленно описывает быстро изменяющийся волновой процесс.

**t**

**ψ**

При оценке скорости реальных сигналов, специалисты рассматривают скорость переноса max энергии. Рассмотрим с какой скоростью изменяется в пространстве фронт max амплитуд.

в т. Z1 , t1 ⇒ Ф1 = Δ ωt1 - Δ kZ1 ,

в т. Z2 , t2 ⇒ Ф2 = Δ ωt2 - Δ k Z2

Ф1 = Ф2 ⇒ Δ ωt1 - Δ kz1 = Δ ωt2 - k ΔZ2

Δk (Z2 - Z1) = Δω (t2 - t1)

=Vгр

= Vгр ⇒  (7.4.3.)

Vгр по физическому смыслу характеризует скорость перемещения огибающей сигнала. С движением огибающей связано перемещение энергии, поэтому с групповой скоростью связано перемещение энергии:

Vгр ≤ c Vф >< c

Vф связана с изменением состояния, а не с переносом энергии.

Vф - скорость изменения состояния фазового фронта.

*Пример:* Лампочки последовательно загораются, изменение скорости состояния загорания может сколько угодно большой.

***7.5. Поляризация плоских электромагнитных волн***

Под поляризацией будем понимать заданную в

→ →

пространстве ориентацию вектора Е или Н. Различают 3 вида поляризации: линейную (вектор Е и Н ориентирован всегда вдоль одной линии прямой),

→ →

круговую поляризация (вектор Е или Н вращается по кругу), эллиптическую поляризация (вектор Е или Н вращается по эллипсу).

Возьмем два ортогональных колебания:

Ех = А cos (ωt - kz)

Ey = B cos (ωt - kz + ϕ) (7.5.1.)

ϕ - показывает сдвиг во времени, они не совпадают по фазе.

Что получится в результате сложения двух ортогональных колебаний ?

1) А ≠ В амплитуды разные, а сдвиг фаз равен 0.

y (ϕ = 0)

**А Х**

\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

в E = √ E2x + E2y = √ A2 + B2 cos (ωt-kz)

θ

θ = arctg = arctg () (7.5.2.)

Сложение двух ортогональных линейно- поляризованных колебаний, изменяющихся в одной фазе, но с разной амплитудой дает линейно- поляризованное колебание ориентированное под некоторым углом.

2) А = В ; ϕ = ± (π/2)

Два ортогональных колебания по определению:

θ = arctg () = arctg=

= arctg ± tg (ωt - kz) = ± (ωt - kz)

Сложение двух ортогональных линейно- поляризованных колебаний изменяющихся с одинаковой амплитудой и фазой со сдвигом ± π/2 дает вращающее колебание (колебание с круговой поляризацией).

**Q**

****

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

E =√⏐E2x⏐+⏐E2y⏐=√A2cos2 (ωt - kz) + A2sin2 (ωt - kz) = A

E = A

Направление вращения определяется опережением или отставанием по фазе.

3) В общем случае, когда А ≠ В, и фазы разные, вектор

→ →

Е или Н вращается по эллипсу.

Любую волну с линейной поляризацией можно представить в виде двух волн с круговой поляризацией, имеющих разное направление.

1 2 3 4 5

Явление поляризации широко используется на практике. Все приемные устройства (служебная связь - вертикальная поляризация, в России прием ТВ на горизонтальную поляризацию, вертикальная поляризация - режим передачи, горизонтальная - режим приема. Круговая поляризация широко используется в радиолокации.