**Постановка и решение транспортной параметрической задачи**

# **Введение**

математический перевозка транспортный компьютерный

Задача оптимизации может быть успешно решена с помощью ЭВМ, даже при небольшой вычислительной мощности. При этом качество расчета и скорость вычислений зависит от используемого программного обеспечения.

Существует несколько основных алгоритмов оптимизации: методом перебора, симплекс-методом, Двойственная задача,(решением экстремальных уравнений или неравенств).

Многие задачи оптимизации сводятся к отысканию наименьшего или наибольшего значения некоторой функции, которую принято называть целевой функцией или критерием качества. Постановка задачи и методы исследования существенно зависят от свойств целевой функции и той информации о ней, которая может считаться доступной в процессе решения задачи, а также которая известна до решения задачи.

Линейным программированием называются задачи оптимизации, в которых целевая функция является линейной функцией своих аргументов, а условия, определяющие их допустимые значения, имеют вид линейных уравнений и неравенств. Линейное программирование начало развиваться в первую очередь в связи с задачами экономики, с поиском способов оптимального распределения и использования ресурсов. Оно послужило основой широкого использования математических методов в экономике.

Актуальность линейного программирования и обусловила выбор темы «Постановка и решение транспортной параметрической задачи» данной курсовой работы. Использование метода потенциалов линейного программирования представляет собой важность и ценность - оптимальный вариант выбирается из достаточно значительного количества альтернативных вариантов. Также все экономические задачи, решаемые с применением линейного программирования, отличаются альтернативностью решения и определенными ограничивающими условиями.

Цель курсовой работы - продемонстрировать на конкретном примере решение задачи линейного программирования (ЗЛП), приобрести навыков решения задач линейного программирования в табличном редакторе Microsoft Excel.

Задачи работы обусловлены ее целью:

Во-первых, раскрыть теоретическое содержание данной темы.

Во-вторых, сформулировать и найти оптимальное решение задач с помощью средств MS Excel.

Постановка задачи необходимо разработать программу, решающую базовую задачу линейного программирования методом потенциала с помощью MS Excel.

Транспортная задача является классической задачей исследования операций. Множество задач распределения ресурсов сводится именно к этой задаче. Распределительные задачи связаны с распределением ресурсов по работам, которые необходимо выполнить. Задачи этого класса возникают тогда, когда имеющихся в наличии ресурсов не хватает для выполнения каждой работы наиболее эффективным образом. Поэтому целью решения задачи, является отыскания такого распределения ресурсов по работам, при котором либо минимизируются общие затраты, связанные с выполнением работ, либо максимизируется получаемый в результате общий доход.

# **1. Описание метода потенциалов**

Метод потенциалов позволяет, исходя из некоторого опорного плана, построить за конечное число итераций решение транспортной - задачи.

Метод потенциалов впервые предложили Л.В. Канторович и М.К. Гавурин в 1949 г. Позже аналогичный метод разработал Г. Данциг, исходя из общих идей ЛП.

Общая схема метода такова.

В данном начальном опорном плане перевозок каждому пункту ставят в соответствие некоторое число, называемое его предварительным потенциалом. Предварительные потенциалы выбирают так, чтобы их разность для любой пары пунктов A*i* и B*j*, связанных основной коммуникацией, была равна *cij*. Если окажется, что разность предварительных потенциалов для всех других коммуникаций не превосходит *cij*, то данный план перевозок - оптимальное решение задачи. В противном случае указывают способ улучшения текущего плана транспортной - задачи.

Описание алгоритма метода потенциалов.

Алгоритм складывается из предварительного этапа и конечного числа однотипных итераций.

· Проверяется тип модели транспортной задачи и в случае открытой модели сводим ее к закрытой;

· Находится опорный план перевозок путем составления 1-й таблицы;

· Проверяем план (таблицу) на удовлетворение системе уравнений и на невыражденность; в случае вырождения плана добавляем условно заполненные клетки с помощью «0»;

· Для опорного плана определяются потенциалы ui и vj, соответствующие базисным клеткам, по условию: ui + vj = cij

Таких уравнений будет m + n - 1, а переменных будет m + n. Для их определения одну из переменных полагают равной любому постоянному значению. Обычно принимают u1 = 0.

· После этого для небазисных клеток опорного плана определяются оценки cij, где cij =ui + vj - cij

При этом если cij Ј0, то опорный план оптимален, если же среди cij окажется хотя бы один положительный элемент, то опорный план можно улучшить.

· Улучшение опорного плана осуществляется путем целенаправленного переноса из клетки в клетку транспортной таблицы отдельных перевозок без нарушения баланса по некоторому замкнутому циклу.

Циклом транспортной таблицы называется последовательное соединение замкнутой ломаной линией некоторых клеток, расположенных в одном ряду (строке, столбце), причем число клеток в одном ряду должно быть равно двум.

Каждый цикл имеет четное число вершин, одна из которых в клетке с небазисной переменной, другие вершины в клетках с базисными переменными. Клетки отмечаются знаком «+», если перевозки в данной клетке увеличиваются и знаком «-» в противном случае. Цикл начинается и заканчивается на выбранной небазисной переменной и отмечается знаком «+». Далее знаки чередуются.

Количество единиц продукта, перемещаемого из клетки в клетку по циклу, постоянно, поэтому сумма перевозок в каждой строке и в каждом столбце остаются неизменными. Стоимость всего плана изменяется на цену цикла.

Цена цикла - это стоимость перевозки единицы продукта по циклу с учетом знаков вершин.

Улучшение опорного плана осуществляется путем нахождения цикла с отрицательной ценой.

Если критерий оптимальности не выполняется, то переходим к следующему шагу. Для этого:

а) в качестве начальной небазисной переменной принимается та, у которой оценка cij имеет максимальное значение;

б) составляется цикл пересчета;

в) находится число перерасчета по циклу: число X=min{Xij}, где Xij - числа в заполненных клетках со знаком «-»;

г) составляется новая таблица, добавляя X в плюсовые клетки и отнимая X из минусовых клеток цикла;

Через конечное число шагов (циклов) обязательно приходят к ответу, так как транспортная задача всегда имеет решение.

# **2. Математическая постановка задачи об оптимальных перевозках**

В общем виде задачу можно представить следующим образом: в m пунктах производства A1, A2, …, Am имеется однородный груз в количестве соответственно a1, a2, …, am. Этот груз необходимо доставить в n пунктов назначения B1, B2, …, Bn в количестве соответственно b1, b2, …, bn. Стоимость перевозки единицы груза (тариф) из пункта Ai в пункт Bj равна cij.

Требуется составить план перевозок, позволяющий вывести все грузы и имеющий минимальную стоимость.

Обозначим через xij количество груза, перевозимого из пункта Ai, в пункт Bj. Запишем условия задачи в распределительную таблицу, которую будем использовать для нахождения решения (таблица. 2.1).

Таблица 2.1. Модель распределительной таблицы

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Bi Ai | B1 | B2 | … | Bj | … | Bn |
|  | b1 | b2 | … | bi | … | bn |
| A1 a1 | c11 x11 | c12 x12 | … | с1j x1j | … | c1n x1n |
| A2 a2 | c21 x21 | c22 x22 | … | c2j x2j | … | c2n x2n |
| … | … | … | … | … | … | … |
| Ai ai | ci1 xi1 | ci2 xi2 | … | cij xij | … | cin xin |
| … | … | … | … | … | … | … |
| Am am | cm1 xm1 | cm2 xm2 | … | cmj xmj | … | cmn xmn |

Математическая модель транспортной задачи имеет вид



при ограничениях:





  

Оптимальным решением задачи является матрица



удовлетворяющая системе ограничений и доставляющая минимум целевой функции.

# **3. Метод решения задачи об оптимальных перевозках средствами Ms Excel**

Нахождение оптимального плана перевозок с применением компьютерной программы Ms Excel осуществляется посредством функции «Поиск решения».

Схема выполнения:

. Для удобства расчетов необходимо отдельно создать матрицу, отображающую стоимость перевозок (Cij) (рисунок 3.1.), а также матрицу, которая должна будет отображать искомый план перевозок (рисунок. 3.2.).



Рисунок 3.1 - Фрагмент окна программы Ms Excel: Модель таблицы «Стоимость перевозок».

. В таблице «Стоимость перевозок» в ячейках запасов поставщиков и потребностей потребителей записать количество запасов поставщиков и потребностей потребителей соответственно, указанное в условии задачи.

. Таблицу «План перевозок» создать с пустыми полями (заполненными единицами), заранее заданного числового формата. В ячейках запасов (потребностей) каждого поставщика (потребителя) ввести формулу, выполняющую суммирование всех возможных поставок этого поставщика (потребителя).



Рисунок 3.2 - Фрагмент окна программы Ms Excel: Модель таблицы «План перевозок»

. В ячейке целевой функции ввести формулу, высчитывающую сумму произведений элементов матрицы «Стоимость перевозок» и соответствующих элементов матрицы «План перевозок».

. В диалоговом окне функции «Поиск решения» установить необходимые ограничения, в целевой ячейке указать адрес ячейки с формулой целевой функции и установить ее равной минимальному значению, в качестве изменяемых ячеек выбрать диапазон всех элементов матрицы «План перевозок». Ограничения в «Поиске решений» заключаются в необходимости равенства запасов (потребностей), в матрице «План перевозок» соответствующим запасам и потребностям, указанным в матрице «Стоимость перевозок». Также все элементы матрицы «План перевозок» должны быть неотрицательными и целочисленными.

. В диалоговом окне «Параметры поиска решения» установить параметр «Линейная модель» и число итераций, равное 100.

. Выполнить функцию «Поиск решения» нажатием на кнопку «Выполнить». В качестве отчета по результатам выбрать необходимый пункт в списке «Тип отчета» диалогового окна «Результаты поиска решения».

После выполнения вышеуказанных действий при условии, что задача имеет решение, в матрице «План перевозок» запишется оптимальное решение задачи, т.е. оптимальный план перевозок с указанием объемов поставок в каждой ячейке. В ячейке с целевой функцией запишутся совокупные затраты поставок.

# **4. Решение параметрической транспортной задачи**

# **.1 Постановка параметрической транспортной задачи**

Имеется четыре поставщика: A1 - ОАО» Катрен», A2 - ОАО «СИА ИНТЕРНЕЙШЕНЛ», A3 - ЗАО «ПрофитМед», A4 - ЗАО» Роста» однородного груза лекарственных препаратов с объемами поставок 100, 70, 70, 20 т. и три потребителя: B1 - ООО «Родник», B2 - «36,6», B3 - «Будь здоров» с объемами потребления 120, 80, 60 т. Стоимость транспортных расходов задана матрицей



причем стоимость перевозки груза от четвертого поставщика до третьего потребителя изменяется в диапазоне 0≤k≤9.

Определить оптимальный план перевозок, обеспечивающий минимальные транспортные расходы.

Изобразим матричную запись задачи (таблица. 4.1.1)

Таблица 4.1.1 - Матричная запись задачи

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Bj Ai | | B1 | B2 | B3 |
|  | | 120 | 80 | 60 |
| A1 | 100 | 2 | 4 | 2 |
|  |  | X11 | X12 | X13 |
| A2 | 70 | 5 | 5 | 6 |
|  |  | X21 | X22 | X23 |
| A3 | 70 | 4 | 7 | 3 |
|  |  | X31 | X32 | X33 |
| A4 | 20 | 6 | 8 | 1+k |
|  |  | X41 | X42 | X43 |

# **4.2 Математическая модель задачи**

Целевая функция

.

где Xij - объем поставок груза,

при ограничениях:



Xij≥0,  

Подробные ограничения по потребностям и запасам каждого потребителя и поставщика соответственно отражены в Таблице 4.2.1.

Таблица 4.2.1 - Ограничения по потребностям и запасам

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| По потребностям | | По запасам | |
| B1 | X11+X21+X31+X41=120 | A1 | X11+X12+X13=100 |
| B2 | X12+X22+X32+X42=80 | A2 | X21+X22+X23=70 |
| B3 | X13+X23+X33+X43=60 | A3 | X31+X32+X33=70 |
|  |  | A4 | X41+X42+X43=20 |

# **4.3 Решение задачи средствами Ms Excel**

Создадим в окне программы Ms Excel две матрицы «План перевозок» и «Стоимость перевозок», согласно вышеизложенным правилам (рис 4.3.1). Также нужно указать ячейку содержащую изменяемый параметр k. При этом в клетке A4B3 матрицы «Стоимость перевозок» устанавливаем формулу, отображающую зависимость данного тарифа от параметра k: L7=1+L9.



Рисунок 4.3.1 - Фрагмент окна программы Ms Excel: Матрицы «План перевозок» и «Стоимость перевозок» с изменяемым тарифом C43

В ячейки, которые должны отображать запасы поставщиков и потребности потребителей в матрице «План перевозок» вводим формулы суммирующие значения всех возможных поставок данных поставщиков и потребителей, например: B4=СУММ (C4:E4), C3=СУММ (С4:С7).

В ячейку целевой функции (N7) введем =СУММПРОИЗВ (C4:E7; J4:L7).

Метод решения параметрической транспортной задачи средствами Ms Excel заключается в нахождении оптимального решения при каждом значении параметра k, с сохранением сценария для каждой процедуры «Поиск решения». После этого необходимо из всего диапазона изменения параметра k выделить отдельные промежутки, на которых сохраняется оптимальное решение задачи и минимальная стоимость затрат.

В диалоговом окне «Поиск решения», согласно вышеуказанным правилам установим все необходимые ограничения и ссылки на необходимые ячейки (рис. 4.3.2). Также необходимо в ограничениях указать пределы изменения параметра k, т.е. 0≤k≤9.



Рисунок 4.3.2 - Диалоговое окно «Поиск решения»

В диалоговом окне «Параметры поиска решения» установить необходимые параметры (рис. 4.3.3).



Рисунок 4.3.3 - Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

После нажатия на кнопку «Выполнить» в диалоговом окне «Результаты поиска решения» (рис. 4.3.5) нажать «Сохранить сценарий…» и в появившемся диалоговом окне «Сохранение сценария» задать имя данному сценарию и нажать «ОК» (рис. 4.3.4.).



Рисунок 4.3.4 - Диалоговое окно «Сохранение сценария»

После сохранения сценария в диалоговом окне «Результаты поиска решения» выделить необходимые типы отчетов и нажать «OK» (рисунок. 4.3.5.).



Рисунок 4.3.5 - Диалоговое окно «Результаты поиска решений

После выполнения всех операций в матрице «План перевозок» получим оптимальный план перевозок при k=0 (рисунок 4.3.6.).



Рисунок. 4.3.6 - Фрагмент окна программы Ms Excel: Результат поиска решения при k=0

Полученное значение целевой функции F(x1)min=830.

Теперь аналогичным способом найдем оптимальный план перевозок при k=1. Проведя повторный расчет, получим новый план перевозок и значение целевой функции (рисунок 4.3.7.).



Рисунок 4.3.7 - Фрагмент окна программы Ms Excel: Результат поиска решения при k=1

Полученное значение целевой функции F(x2)min = 850.

Как видно из рисунков 4.3.5. и 4.3.6 планы перевозок в обоих случаях (k=0, k=1) одинаковы. После дальнейших расчетов при всех остальных значениях параметра k обнаружим, что при  план перевозок остается неизменным, изменяется лишь значение целевой функции. При значении параметра  «Поиск решения» выдает другой план перевозок, и значение целевой функции на данном промежутке остается неизменным F(x)min = 910. Полученный план перевозок при значении k=4 изображен на рисунке 4.3.8.



Рисунок 4.3.8 - Фрагмент окна программы Ms Excel: Результат поиска решения при k=4

Значения целевой функции, соответствующие параметру k в каждой итерации представлены в таблице 4.3.1.

Из представленных в таблице 4.3.1 данных можно вывести определенную закономерность изменения значения целевой функции на промежутке :

F(x1)min = 830, (k=0);

F(x2)min = F(x1)min +20 = 830+20, (k=1);(x3)min = F(x2)min +20 = 830 + 20\*2 = 870, (k=2).

Следуя по той же цепочке, найдем:

F(x4)min = 830 + 20\*3, (k=3).(x5)min = 830 + 20\*4, (k=4).

Исходя из подобной логики можно представить F(x1)min = 830 + 20\*0.

Отсюда можно вывести формулу, отображающую закономерность изменения значения целевой функции при :

.

Для значений  значение функции постоянно F(x)=910.

Ответ.

, , F(X1)min = 830 + 20k.

, , F(X2)min = 910.

Таблица 3.3.1 - Значения целевой функции в каждой итерации

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| номер итерации **i** | значение параметра **ki** | значение функции **F(xi)min** |
| 1 | 0 | 830 |
| 2 | 1 | 850 |
| 3 | 2 | 870 |
| 4 | 3 | 890 |
| 5 | 4 | 910 |
| 6 | 5 | 910 |
| 7 | 6 | 910 |
| 8 | 7 | 910 |
| 9 | 8 | 910 |
| 10 | 9 | 910 |

Команда «Сервис → Сценарии» открывает диалоговое окно «Диспетчер сценариев», которое отображает сохраненные сценарии каждой итерации нахождения оптимального плана перевозок (рис 4.3.9.).



Рисунок 4.3.9 - Диалоговое окно «Диспетчер сценариев»

С помощью «Диспетчера сценариев» можно просмотреть план перевозок и значение целевой функции, получаемые при каждом значении параметра k. Также можно просмотреть отчет, отображающий значения изменяемых ячеек в каждой из итераций.

# **Заключение**

Представленная в данной курсовой работе параметрическая транспортная задача решена средствами компьютерной программы Ms Excel. Методом потенциалов определяет оптимальный план перевозок товара и минимальную стоимость всех перевозок для каждого из промежутков диапазона изменения параметра, определяющего тариф одной из перевозок.

Описанная в работе задача об оптимальных перевозках и метод ее решения - только отдельный пример огромного множества задач линейного программирования.

В ходе выполнения курсовой работы были решены следующие поставленные задачи:

Во-первых, раскрыть теоретическое содержание данной темы.

Во-вторых, сформулировать и найти оптимальное решение задач с помощью средств MS Excel.

Цель транспортной задачи - разработка наиболее рациональных путей и способов транспортирования товаров, устранение чрезмерно дальних, встречных, повторных перевозок. Все это сокращает время продвижения товаров, уменьшает затраты предприятий, фирм, связанные с осуществлением процессов снабжения сырьем, материалами, топливом, оборудованием и т.д.

# **Используемая литература**

1. Кудинов Ю.И. Практическая работа в Excel: Учебное пособие. - Липецк: ЛГТУ, 2001. - 67 с.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом анализе: Учебник. - 3-е изд., исп. - М.: Дело, 2002. - 688 с.

. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования. Издательство «Советское радио» Москва -1961

. Иванов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. - М.; Наука, 1979 г.

5. Т.Н. Павлова, О.А. Ракова. Решение задач линейного программирования средствами Excel. Учебное пособие, 2002 г.