**Лабораторная работа**

**Решение алгебраических и трансцендентных уравнений**

# **Задание. Для каждого уравнения отделить корни**

а) табулированием;

б) графически.

. Уточнить один корень одного из уравнений с точностью e=0.01 методами половинного деления и простых итераций, а так же одним из следующих методов (по указанию преподавателя):

а) хорд

б) касательных

в) секущих

**Решение: а) графически;**

Чтобы отделить корни уравнения графическим методом, необходимо построить график функции и посмотреть, в каких точках график пересекает ось х. Эти точки будут являться корнями уравнения.





На графике видно, что корень уравнения находится на интервале (1; 2)





На этом графике видно что На графике видно, что корни уравнения находится на интервалах (-3; - 2), (-1; 0), (0; 1), (1; 2).

Для дальнейшего отделения корней необходимо воспользоваться методом табулирования.

**Метод половинного деления**

В этом методе вычисляется значение функции путём подстановки некоторого значения , смещающегося при каждой итерации на определённый шаг (не более ), в уравнение. В дальнейшем строится таблица, с помощью которой можно определить интервалы залегания корня.



По алгоритму представленному выше мы можем найти интервалы, на которых находятся корни уравнения.

Для функции

|  |  |
| --- | --- |
| x | F(x) |
| 1 | -0,41 |
| 1,1 | -0,31 |
| 1,2 | -0,21 |
| 1,3 | -0,10 |
| 1,4 | 0,02 |
| 1,5 | 0,15 |
| 1,6 | 0,28 |
| 1,7 | 0,42 |
| 1,8 | 0,57 |
| 1,9 | 0,71 |
| 2 | 0,86 |

Из таблицы мы видим, что корень уравнения залегает на интервале [1,3; 1,4].

Для функции

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -3 | 28 |  | -1 | -12 |  | 0 | 1 |  | 1 | -4 |
| -2,9 | 14,7083 |  | -0,9 | -9,6677 |  | 0,1 | 0,8843 |  | 1,1 | -3,8037 |
| -2,8 | 3,5088 |  | -0,8 | -7,4992 |  | 0,2 | 0,5568 |  | 1,2 | -3,1472 |
| -2,7 | -5,7797 |  | -0,7 | -5,5317 |  | 0,3 | 0,0523 |  | 1,3 | -1,9237 |
| -2,6 | -13,331 |  | -0,6 | -3,7952 |  | 0,4 | -0,5872 |  | 1,4 | -0,0192 |
| -2,5 | -19,313 |  | -0,5 | -2,3125 |  | 0,5 | -1,3125 |  | 1,5 | 2,6875 |
| -2,4 | -23,883 |  | -0,4 | -1,0992 |  | 0,6 | -2,0672 |  | 1,6 | 6,3248 |
| -2,3 | -27,196 |  | -0,3 | -0,1637 |  | 0,7 | -2,7877 |  | 1,7 | 11,0283 |
| -2,2 | -29,395 |  | -0,2 | 0,4928 |  | 0,8 | -3,4032 |  | 1,8 | 16,9408 |
| -2,1 | -30,62 |  | -0,1 | 0,8763 |  | 0,9 | -3,8357 |  | 1,9 | 24,2123 |
| -2 | -31 |  | 0 | 1 |  | 1 | -4 |  | 2 | 33 |

Из этих таблиц видим что корни залегают на интервалах [-2,8; - 2,9], [-0,3; - 0,2], [0.3; 0,4], [1,4; - 1,5]. (Для уточнения взят интервал [-0,3; - 0,2])

Первый способ уточнения корня уравнения - метод половинного деления (дихотомии). Для этого следует разделить отрезок [a, b] пополам точкой . Возможны два случая: либо f(x) меняет знак на отрезке [a, c], либо на отрезке [c, b]. Выбирая в каждом случае тот отрезок, на котором функция меняет знак, и, продолжая процесс половинного деления дальше, можно дойти до сколь угодно малого отрезка, содержащего корень уравнения. Воспользуемся методом половинного деления с помощью данного алгоритма:



С помощью метода половинного деления корень был уточнен для уравнения

до значения .

**Метод итераций**

Второй способ уточнения корня уравнения - метод простых итераций (ПИ).

Для этого метода необходимо выразить из начального уравнения генерирующее отношение вида . Для уравнения  было получено генерирующие отношение вида .

Для того чтобы метод простых итераций выполнялся, генерирующее соотношение должно удовлетворять условию , где х принадлежит интервалу, на котором находится корень.

Продифференцируем выражение 



Для проверки применимости метода возьмем значение х, которое находится посередине интервала [1,3; 1,4], т.е. х = 1.35.

-1.4

Так как условие не выполняется , то метод в данном случае не применим, но если бы он был бы применим то корень был бы уточнен с помощью этого варианта:



Для дальнейшего уточнения корня воспользуемся методом касательных.

**Метод касательных**

Для уточнения корней методом касательных необходимо взять начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего построить касательную к исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эту точку необходимо взять в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута требуемая точность.

В качестве  выступает уравнение  а в качестве  - её производная . Реализация метода касательных представлена в следующем алгоритме:



корень уравнение итерация алгебраический

С помощью метода касательных корень был уточнен до значения  при начальном приближении . Результат был достигнут за 1 шаг.