АЛТАЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ЭКОНОМИКИ И ПРАВА

## Контрольная работа

по дисциплине Линейная алгебра

Вариант № 5

Решение уравнений системы матриц

совместимость алгебраическое уравнение матрица гаусс

#### Барнаул, 2014г.

.Предприятие выпускает 3 вида изделий, используя 2 вида сырья, нормы расхода сырья на одно изделие задаются матрицей ***А***. Количество выпускаемого товара, каждого вида, задается матрицей выпуска ***В***. Определить денежные расходы предприятия на выпуск изделий, если стоимость единицы каждого вида сырья выражается матрицей ***С***.



***Решение.*** Найдем матрицу суммарных расходов сырья двух видов на всю выпускаемую продукцию:



Денежные расходы предприятия на выпуск изделий равны (AB)2\*1 =(8\*25+63\*2)=326.

2. Для матрицы Aнайти А-1***,*** сделать проверку A-1A



Для матрицы Анайдем обратную матрицу А-1 . Определитель матрицы А равен detA=-10, А11=6, А12=-10, А13=7, А21=2, А22=-8, А23=7, А31=-8, А32=4, А3=-7. Тогда:



3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом).



***Решение:***

а)Вычислим значение определитель функции



Так как главный определитель отличен от нуля, то система совместна, найдем дополнительные определители:



x1=∆1/∆=3/1=3

x2=∆2/∆=-2/1=-2

x3=∆3/∆=2/1=2

***Проверка.*** Подставив найденные значения неизвестных в исходную систему, получим три тождества.

2\*3+3\*(-2)+5\*2=10

\*3+7\*(-2)+4\*2=3

\*3+2\*(-2)+2\*2=3

б) Решим матричным способом систему уравнений:



А\*Х=В следовательно Х=А-1\*В

Найдем А-1:

Определим миноры матрицы:



Матрица миноров:



Матрица алгебраических дополнений:



Матрица алгебраических дополнений транспонированная:



Обратная матрица:



**4.** Решить систему линейных уравнений методом Гаусса



***Решение.*** Составим расширенную матрицу А и приведем ее с помощью элементарных преобразований строк к трапециевидному виду.



rang (A)=rang (A)=4, следовательно, система совместна. Последней матрице со-ответствует система (равносильная исходной), которую можно представить в виде:



Из системы, обратным ходом метода Гаусса (двигаясь снизу вверх), последовательно находим:

5х4=-6, х4=-6/5

х3-6/5=1, х3=11/5

х2+11/5-6/5=1, х2=1-11/5+6/5, х2=0

х1+2\*0-11/5-6/5=0, 3х1=17/5, х1=12/15.

5. Решить матричное уравнение модели Леонтьева “затраты-выпуск”

X-AX=Y где X-вектор совокупного продукта, А данная матрица коэффициентов прямых затрат и Y-вектор конечного продукта:



**6.** Даны координаты вершин пирамиды ***ABCD****.* Требуется найти: 1). Длину ребра ***AB****.* 2).Угол между ребрами ***AB*** и ***AD****.* 3). Проекцию ребра ***AD*** на ***AB****.* 4). Площадь грани ***ABC****.* 5). Объем пирамиды.

A(1, 1, 0), B(-1, 3, 3), C(1, -3, -2), D(1, 0, 0).

***Решение.*** 1) Найдем координаты вектора AB -2, 2, 3 и его длину



2) Найдем косинус угла между найденным вектором и вектором AD= 0, -1, 0 через скалярное произведение



4) Площадь грани АВС, S=1/2 AB\*AC

Найдем координаты АС= 0, -4, -2



5) Объем пирамиды находим через смешенное произведение векторов.



Следовательно V=4/6=2/3.

**7.** Даны координаты вершин треугольника ***ABC****.* Требуется найти:

). Уравнение стороны ***AB****.* 2). Уравнение высоты, проведенной из точки ***B****.* 3). Длину высоты. 4). Уравнение медианы, проведенной из точки ***С****.*

А(0;-2), В(-2;-2), С(1;1)

***Решение:***

) Воспользуемся уравнением прямой , проходящей через две заданные точки:



2) Найдем вектор, перпендикулярный искомой прямой:

АС 1;3

Тогда из общего уравнения х+3у+С=0 находим ***С*** из условия принадлежности точки ***В*** этой прямой: -2-6+С=0

Следовательно С=8 и уравнение искомой прямой х+3у+8=0

) Длину высоты найдем как расстояние dот точки В(х0;у0)до прямой

Ах + Ву + С = 0по формуле:



4) Найдем середину отрезка АВ:

х=(0-2)/2=-1 у=(-2-2)/2=2

Уравнение прямой через найденную точку и точку С имеет вид:



**8.** Для пирамиды ***ABCD,*** координаты которой даны в задаче 6, найти: 1). Уравне-ние ребра ***AD.*** 2). Уравнение грани ***ABC.*** 3). Длину высоты, опущенной из вершины ***D*** на грань ***ABC***.

A(1, 1, 0), B(-1, 3, 3), C(1, -3, -2), D(1, 0, 0).

***Решение:***

1.Найдем направляющий вектор

AD=(1-1; 0-1; 0-0)=(0;-1;0)

Уравнения прямой составим по точке А(1;1;0) и направляющему вектору AD(0;-1;0): х-1=0, у-1=0, z=0.

. Cоставим уравнение плоскости по трём точкам



Раскрываем определитель по первому столбцу, находим уравнение плоскости:



3. Длину высоты, опущенной из вершины Dна грань ABC это расстояния от точки D(1; 0; 0) до плоскости 8x-4y+8z-4=0.Найдем по формуле

