**Курсовая работа**

**Сравнительный анализ методов квадратичной интерполяции и золотого сечения**

**Введение**

экстемум интерполяция итерация

Задачей оптимизации в математике, информатике и исследовании операций называется задача нахождения экстремума (минимума или максимума) целевой функции в некоторой области конечномерного векторного пространства, ограниченной набором линейных и / или нелинейных равенств и / или неравенств.

Методы квадратичной интерполяции и золотого сечения принадлежат к методам одномерной минимизации.

Целью этих методов является нахождение безусловного минимума функцииодной переменной, т.е. такую точку, что при 

Метод квадратичной интерполяции основан на последовательном применении процедуры оценивания с использованием квадратичной аппроксимации.

Метод золотого сечения - метод поиска значений действительно-значной функции на заданном отрезке. В основе метода лежит принцип деления в пропорциях золотого сечения. Наиболее широко известен как метод поиска экстремума в решении задач оптимизации. Интервал неопределенности делится на две равные части так, что отношение длины большого отрезка к длине всего интервала равно отношению длины меньшего отрезка к длине большего отрезка.

Целью курсовой работы является сравнительный анализ методов квадратичной интерполяции и дихотомии.

**1. Метод квадратичной интерполяции**

**Постановка задачи**

Требуется найти безусловный минимум функцииодной переменной, т.е. такую точку, что при 

**Стратегия поиска**

Метод квадратичной интерполяции (метод Пауэлла) относиться к последовательным стратегиям. Задается начальная точка и с помощью пробного шага находятся три точки так, чтобы они были как можно ближе к искомой точке минимума. В полученных точках вычисляются значения функции. Затем строится интерполяционный полином второй степени, проходящий через имеющиеся три точки. В качестве приближения точки минимума берется точка минимума полинома. Процесс поиска заканчивается, когда полученная точка отличается от наилучшей из трех опорных точек не более чем на заданную величину.

**Алгоритм**

Задать начальную точку величину шага ∆x>0,  и  - малые положительные числа, характеризующие точность.

Вычислить  = .

Вычислить  =  и  = .

Сравнить  с :

а) если , положить  = . (рис 1, а).

б) если , положить  = . (рис 1, б).

Вычислить  = .

Найти  = min{, ,  = : = .

1. Вычислить точку минимума интерполяционного полинома, построенного по трем точкам:



и величину функции (рис 1).

Если знаменатель в формуле для  на некоторой итерации обращается в нуль, то результатом интерполяции является прямая. В этом случае рекомендуется обозначить  и перейти к шагу 2.

1. Проверить выполнение условия окончания:

,

Тогда:

а) если оба условия выполнены, процедура закончена и 

б) если хотя бы одно из условий не выполнено и,

выбрать наилучшую точку  и две точки по обе стороны

от нее. Обозначить эти точки в естественном порядке и перейти к

шагу 6;

в) если хотя бы одно из условий не выполнено и , то

положить  и перейти к шагу 2.

**2. Метод золотого сечения**

**Постановка задачи**

Требуется найти безусловный минимум функцииодной переменной, т.е. такую точку, что при 

**Стратегия поиска**

Метод относится к последовательным стратегиям. Задается начальный интервал неопределенности и требуемая точность. Алгоритм уменьшения интервала опирается на анализ значений функций в двух точках (см. рис. 2). В качестве точек вычисления функции выбираются точки золотого сечения. Тогда с учетом свойств золотого сечения на каждой итерации, кроме первой, требуется только одно новое вычисление функции. Условие окончания процесса поиска стандартные: поиск заканчивается, когда длина текущего интервала неопределенности оказывается меньше установленной величины.

**Алгоритм**

0. Задать начальный интервал неопределенности , точность .

. Положить 

. Вычислить , 

. Вычислить.

. Сравнить.

а) если, то положить  и ,  (рис. 3а). Перейти к шагу 6.

б) если, положить ,  и ,  (рис. 3б).

. Вычислить  и проверить условие окончания:

а) если , процесс поиска завершается и . В качестве приближенного решения можно взять середину последнего интервала: ;

б) если , положить  и перейти к шагу 4.

# **3. Решение задач**

# **.1 Перечень функций для исследования**

Найти минимум функции:

1)[-4; 0]

) [1; 4]

) [-5; 0]

) [0; 5]

) [0; 7]

# **3.2 Решение методом квадратичной интерполяции**

Пример 1. Найти минимум функции 

0.1.  ∆x=1, , .

.2. 

.3. ;

.4. 

.5. 

.6. 

.7. ;

.8. ; 

.9. 

.2. 

.3. ; 

.4. .

.5. 

1.6. 

.7. ;

.8. ; 

.9 .

Пример 2. Найти минимум функции 

0.1.  ∆x=1, , .

.2. 

.3. ; 

.4. 

.5. 

.6. 

.7. ;

.8. ; 

.9. 

1.6. 

1.7. ; 

.8. ; 

.9. .

Пример 3. Найти минимум функции 

0.1.  ∆x=1, , .

.2. 

.3. ; 

0.4. .

.5. 

.6. 

.7. ;

.8. ; 

.9. 

1.2. 

.3. ; 

.4. .

.5. 

1.6. 

.7. ;

.8. ; 

1.9 .

# **3.3 Решение методом золотого сечения**

Пример 1. Найти минимум функции 

0.1 ,.

.2 

.3 , .

0.4 .

.5 .

,, , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , 

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

Пример 2. Найти минимум функции 

0.1 ,.

.2 

.3 , .

0.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , 

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , .

.6 , .

.

Пример 3. Найти минимум функции 

0.1 ,.

.2 

.3 , .

0.4 .

.5 .

, , , 

.6 , .

.4 

1.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , 

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

.4 .

.5 .

, , , .

.6 , .

# **4. Сравнительный анализ методов**

Наилучшими критериями сравнения методов поиска являются их эффективность и универсальность. Под эффективностью алгоритма обычно понимают число вычислений функции, необходимое для достижения требуемого сужения интервала неопределенности

# **.1 Преимущества и недостатки**

Преимущества метода квадратичной интерполяции:

Методом квадратичной интерполяции решение происходит быстрее

для гладких функций.

Недостатки метода квадратичной интерполяции:

Для быстpоизменяющихся функций методом квадратичной интерполяции решение происходит медленнее методов исключения интеpвалов.

Преимущества метода золотого сечения:

Метод золотого сечения, обладающий высокой эффективностью, наиболее подходят для решения одномерных унимодальных задач оптимизации. С точки зрения эффективности метод золотого сечения занимает промежуточное положение между методами дихотомии и чисел Фибоначчи.

Недостатки метода золотого сечения:

При решение методом золотого сечения происходит большое количество итераций. Велика возможность ошибиться при расчетах, поскольку происходит частая замена либо используется большое количество переменных.

**4.2 Количество итераций**

Количество итераций при решении методом квадратичной интерполяции.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | Функция | Количество итераций |
| 1 |  | 2 |
| 2 |  | 2 |
| 3 |  | 2 |
| 4 |  | 2 |
| 5 |  | 1 |

Количество итераций при решении методом золотого сечения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | Функция | Количество итераций |
| 1 |  | 6 |
| 2 |  | 5 |
| 3 |  | 6 |
| 4 |  | 6 |
| 5 |  | 7 |

# **.3 Точность к min**

Точность вычисления методом квадратичной интерполяции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | Функция | Минимум | Точность |
| 1 |  | . |  |
| 2 |  | . |  |
| 3 |  | . |  |
| 4 |  | . |  |
| 5 |  |  |  |

Точность вычисления методом золотого сечения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | Функция | Минимум | Точность |
| 1 |  | . |  |
| 2 |  | . |  |
| 3 |  | . |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |

**Заключение**

Рассмотрев все результаты исследования методов квадратичной интерполяции и золотого сечения, можно прийти к выводу, что каждый из них имеет свои достоинства и недостатки. Однако, пользователь всегда сможет найти подходящий алгоритм для решения своей конкретной проблемы. В руках опытного программиста метод золотого сечения и метод квадратичной интерполяции представляет собой мощный инструмент для поиска точных ответов в случае дискретных, и приближённых, но весьма точных, - в случае непрерывных задач.

**Список литературы**

1. А.В. Пантелеев, Т.А. Летова «Методы оптимизации в примерах и задачах»

. А.В. Аттетков, СВ. Галкин, B.C. Зарубин «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ». - Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.