МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ТУЛЬСКИЙ ФИЛИАЛ

(Тульский филиал РГТЭУ)

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 5

Выполнила:

Студентка 3 курса

Заочного отделения

специальности «Бухгалтерский учет, анализ и аудит.»

Серкина И.А.

Проверил:

Глаголева Марина Олеговна

Тула 2014год

Задание №1

Бросаются два игральных кубика. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков

) равна 6;

) не превосходит 7;

) больше 7.

Решение.

Используем классическое определение вероятности . В нашем случае общее число исходов равно .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Задание №2

В ящике находится 7 гвоздей, 7 шурупов и 8 болтов. Наудачу выбирают две детали. Найдите вероятность того, что достали

) два болта;

) два шурупа;

) гвоздь и болт;

) болт и шуруп.

Решение.

Используем классическое определение вероятности . В нашем случае общее число исходов равно .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Задание №3

В ящике находится 7 гвоздей, 7 шурупов и 8 болтов. Наудачу выбирают три детали. Найдите вероятность того, что достали

) три болта;

) один болт и два шурупа;

) болт, гвоздь и шуруп.

Решение.

Используем классическое определение вероятности . В нашем случае общее число исходов равно .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Благоприятное число исходов равно  и искомая вероятность .

Задание №4

Пассажир может приобрести билет в одной из двух касс. Вероятность обращения в первую кассу составляет 0,4, а во вторую - 0,6. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира нужные ему билеты будут распроданы, будет равна 0,35 для первой кассы и 0,7 для второй. Пассажир посетил одну из касс и приобрел билет. Какова вероятность того, что он приобрел его во второй кассе?

Решение.

А - пассажир посетил одну из касс и приобрел билет

 - пассажир посетил первую кассу, 

 - пассажир посетил вторую кассу, 

Условные вероятности , .

Тогда по формуле полной вероятности .

Вероятность того, что пассажир приобрел билет во второй кассе находим по формуле Байеса: .

Задание №5

Производятся четыре выстрела по мишени. Вероятность попасть в цель при одном выстреле равна 0,5 . Найдите вероятность того, что

будет хотя бы одно попадание;

будет два попадания;

будет не менее трех попаданий.

Решение.

В данном случае необходимо использовать формулу Бернулли:

 при .

) 

) 

) 

Задание №6

По данным телеателье установлено, что в среднем 20% цветных телевизоров выходят из строя в течение гарантийного срока. Какова вероятность того, что из 225 проданных цветных телевизоров будут работать исправно в течение гарантийного срока:

а) 164 телевизора;

б) от 172 до 184 телевизоров?

Решение.

а) Используем локальную теорему Муавра-Лапласа:

. Тогда .

б) Используем интегральную теорему Муавра-Лапласа:  тогда  .

Задание №7

Задан закон распределения дискретной случайной величины Х:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 5 | 7 | 10 | 21 |
| р |  |  |  |  |

вероятность комбинация теорема отклонение

Найти:

а) математическое ожидание , дисперсию  и среднее квадратическое отклонение  данной случайной величины;

б) отразить математическое ожидание и СКО на многоугольнике распределения.

Решение.









Задание №8

Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины равно m=8, ее среднее квадратичное отклонение . Выполните следующие задания:

) напишите формулу функции плотности распределения вероятности и схематично постройте ее график;

) найдите вероятность того, что X примет значения из интервала .

Решение.

 - формула функции плотности распределения вероятности





Задание №9

Дана выборка объемом N= 38 значений дневной выручки магазина (в тыс. руб.). На основании этих данных:

. построить интервальный статистический ряд;

. построить функцию распределения и гистограмму;

. вычислить среднее значение , среднее квадратическое отклонение S;

. получить точечные и интервальные оценки математического ожидания  и дисперсии  генеральной совокупности. (Доверительная вероятность равна 0,95)

. проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона при уровне значимости .

Исходные данные:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 19,713 | 22,441 | 18,747 | 22,470 |
| 20,531 | 16,982 | 20,895 | 17,744 |
| 19,678 | 19,212 | 23,248 | 18,388 |
| 21,814 | 18,085 | 22,692 | 17,318 |
| 22,079 | 17,861 | 19,783 | 21,060 |
| 22,072 | 19,519 | 21,954 | 20,433 |
| 16,788 | 18,320 | 22,060 | 16,595 |
| 19,225 | 20,182 | 23,155 | 19,550 |
| 22,814 | 17,332 | 19,419 |  |
| 21,624 | 18,413 | 20,129 |  |

Решение.

Число групп определим по формуле Стэрджесса: .

Ширина интервала составит: .

Результаты группировки оформим в виде таблицы:

|  |  |
| --- | --- |
| Интервалы группировки | Частота |
| 16,592-17,702 | 5 |
| 17,702-18,812 | 7 |
| 18,812-19,922 | 8 |
| 19,922-21,032 | 5 |
| 21,032-22,142 | 7 |
| 22,142-23,252 | 6 |
| Сумма | 38 |



Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервалы | Середины интервалов, Частоты,  |  |  |  |
| 16,592-17,702 | 17,147 | 5 | 85,735 | 39,31208 |
| 17,702-18,812 | 18,257 | 7 | 127,799 | 20,087452 |
| 18,812-19,922 | 19,367 | 8 | 154,936 | 2,728448 |
| 19,922-21,032 | 20,477 | 5 | 102,385 | 1,38338 |
| 21,032-22,142 | 21,587 | 7 | 151,109 | 18,735472 |
| 22,142-23,252 | 22,697 | 6 | 136,182 | 45,243096 |
| Итого |  | 38 | 758,146 | 127,489928 |

Выборочное среднее определим по формуле средней арифметической взвешенной, в качестве вариант используя середины интервалов:

.

Определим дисперсию:  и среднее квадратическое отклонение .

И несмещенные оценки:  и .

Доверительный интервал для генерального среднего имеет вид: 

Определяем значение t по таблице распределения Стьюдента tтабл (n-1;α/2) = (37;0,025) = 2,021.

 и доверительный интервал имеет вид: .

Определим доверительный интервал для дисперсии.

Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = (1-γ)/2 = (1-0,95)/2 = 0,025. Для количества степеней свободы k = 37 по таблице распределения χ2 находим: χ2(37;0,025) = 55,668.

Случайная ошибка дисперсии: 

Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0,025 = 0,975. Для количества степеней свободы k = 37, по таблице распределения χ2 находим: χ2(37;0,975) = 22,106.

Случайная ошибка дисперсии: .

Тогда доверительный интервал имеет вид: .

Проверим гипотезу о том, что Х распределено по нормальному закону с помощью критерия согласия Пирсона , где pi - вероятность попадания в i-й интервал случайной величины, распределенной по гипотетическому закону

Для вычисления вероятностей pi применим формулу и таблицу функции Лапласа .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервалы | ni | Ф(x1)Ф(x2)pi38piKi |  |  |  |  |  |  |
| 16,592-17,702 | 5 | -1,81 | -1,21 | -0,46 | -0,39 | 0,0766 | 2,91 | 1,5 |
| 17,702-18,812 | 7 | -1,21 | -0,61 | -0,39 | -0,23 | 0,16 | 5,92 | 0,2 |
| 18,812-19,922 | 8 | -0,61 | -0,0157 | -0,23 | -0,008 | 0,22 | 8,53 | 0,0325 |
| 19,922-21,032 | 5 | -0,0157 | 0,58 | -0,008 | 0,22 | 0,23 | 8,76 | 1,61 |
| 21,032-22,142 | 7 | 0,58 | 1,18 | 0,22 | 0,38 | 0,16 | 6,1 | 0,13 |
| 22,142-23,252 | 6 | 1,18 | 1,78 | 0,38 | 0,46 | 0,0795 | 3,02 | 2,94 |
| Сумма | 38 |  |  |  |  |  |  | 6,41 |

Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.

Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kкp;+∞).

Её границу Kкp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям s, k, r=2. кp = 11,345; Kнабл = 6,54

Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют нормальное распределение.

Задание №10

По данным, приведенным ниже:

. определить выборочный коэффициент корреляции;

. получить уравнение регрессии Y=A\*X+B;

. наложить прямую регрессии на поле рассеивания.

Решение.

|  |  |
| --- | --- |
| X | Y |
| 0,304 | 2,518 |
| 0,135 | 2,185 |
| 0,443 | 2,413 |
| 0,883 | 3,244 |
| 0,341 | 2,481 |
| 0,681 | 2,758 |
| 0,205 | 2,204 |
| 0,346 | 2,517 |
| 0,492 | 2,495 |
| 0,161 | 2,485 |
| 0,740 | 3,053 |
| 0,670 | 2,740 |
| 0,532 | 2,507 |
| 0,192 | 2,363 |
| 0,122 | 2,189 |
| 0,036 | 2,345 |
| 0,275 | 2,497 |
| 0,160 | 2,558 |
| 0,154 | 2,358 |
| 0,110 | 2,301 |
| 0,884 | 2,836 |
| 0,149 | 2,470 |
| 0,041 | 2,058 |
| 0,826 | 2,801 |
| 0,876 | 2,939 |
| 0,959 | 3,130 |
| 0,102 | 2,366 |
| 0,377 | 2,795 |
| 0,383 | 2,740 |
| 0,862 | 3,076 |

Построим поле корреляции



С помощью метода наименьших квадратов найдем линейную зависимость между X и Y:

Для расчетов параметров a и b линейной регрессии  решаем систему нормальных уравнений относительно a и b:



Строим рабочую таблицу

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер | х | у | х2 | ху | у2 |
| 1 | 0,304 | 2,518 | 0,092416 | 0,765472 | 6,340324 |
| 2 | 0,135 | 2,185 | 0,018225 | 0,294975 | 4,774225 |
| 3 | 0,443 | 2,413 | 0,196249 | 1,068959 | 5,822569 |
| 4 | 0,883 | 3,244 | 0,779689 | 2,864452 | 10,523536 |
| 5 | 0,341 | 2,481 | 0,116281 | 0,846021 | 6,155361 |
| 6 | 0,681 | 2,758 | 0,463761 | 1,878198 | 7,606564 |
| 7 | 0,205 | 2,204 | 0,042025 | 0,45182 | 4,857616 |
| 8 | 0,346 | 2,517 | 0,119716 | 0,870882 | 6,335289 |
| 9 | 0,492 | 2,495 | 0,242064 | 1,22754 | 6,225025 |
| 10 | 0,161 | 2,485 | 0,025921 | 0,400085 | 6,175225 |
| 11 | 0,74 | 3,053 | 0,5476 | 2,25922 | 9,320809 |
| 12 | 0,67 | 2,74 | 0,4489 | 1,8358 | 7,5076 |
| 13 | 0,532 | 2,507 | 0,283024 | 1,333724 | 6,285049 |
| 14 | 0,192 | 2,363 | 0,036864 | 0,453696 | 5,583769 |
| 15 | 0,122 | 2,189 | 0,014884 | 0,267058 | 4,791721 |
| 16 | 0,036 | 2,345 | 0,001296 | 0,08442 | 5,499025 |
| 17 | 0,275 | 2,497 | 0,075625 | 0,686675 | 6,235009 |
| 18 | 0,16 | 2,558 | 0,0256 | 0,40928 | 6,543364 |
| 19 | 0,154 | 2,358 | 0,023716 | 0,363132 | 5,560164 |
| 20 | 0,11 | 2,301 | 0,0121 | 0,25311 | 5,294601 |
| 21 | 0,884 | 2,836 | 0,781456 | 2,507024 | 8,042896 |
| 22 | 0,149 | 2,47 | 0,022201 | 0,36803 | 6,1009 |
| 23 | 0,041 | 2,058 | 0,001681 | 0,084378 | 4,235364 |
| 24 | 0,826 | 2,801 | 0,682276 | 2,313626 | 7,845601 |
| 25 | 0,876 | 2,939 | 0,767376 | 2,574564 | 8,637721 |
| 26 | 0,959 | 3,13 | 0,919681 | 3,00167 | 9,7969 |
| 27 | 0,102 | 2,366 | 0,010404 | 0,241332 | 5,597956 |
| 28 | 0,377 | 2,795 | 0,142129 | 1,053715 | 7,812025 |
| 29 | 0,383 | 2,74 | 0,146689 | 1,04942 | 7,5076 |
| 30 | 0,862 | 3,076 | 0,743044 | 2,651512 | 9,461776 |
| Сумма | 12,441 | 77,422 | 7,782893 | 34,45979 | 202,475584 |
| Среднее | 0,415 | 2,581 | 0,259 | 1,149 | 6,749 |

.

Т.е. уравнение линейно регрессии имеет вид: .

Найдем коэффициент корреляции.

,

т.е. связь между рассматриваемыми показателями положительная, тесная.

