Лекция 3

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

**3.1. Общие сведения**

По сравнению с постоянным током синусоидальный имеет ряд преимуществ: его просто получить – вращая рамку в магнитном поле, легко передать без потерь, повысив напряжение с помощью трансформатора, просто использовать, создав крутящийся момент. Теория однофазных синусоидальных токов служит базой для изучения более сложных видов токов – трехфазных синусоидальных.

Впервые генератор и трансформатор синусоидального тока создал П.Н. Яблочков для питания электрической «свечи» (1876 г.). Следующий шаг в использовании токов сделал русский ученый М.О. Доливо-Добровольскй, который разработал все основные системы трехфазного синусоидального тока: генератор, трансформатор, линию передач, двигатель и продемонстрировал эту систему на Всемирной выставке в Париже в 1891г.

**3.2. Получение синусоидальной ЭДС**.

Получить синусоидальную ЭДС несложно. Для этого поместим прямоугольную рамку в постоянное однородное магнитное поле и начнем ее вращать с угловой скоростью  (рис. 3.1). Если в момент начала отсчета времени t=0 рамка расположена под углом  к плоскости, перпендикулярной линиям магнитного поля, то согласно закону электромагнитной индукции при вращении рамки в каждом продольном проводнике будет наводится изменяющаяся ЭДС



где В – магнитная индукция;

l – длина продольного проводника;

- скорость пересечения магнитных линий.

Если *v –* линейная скорость движения проводника, то

,

где  - угол поворота витка за t относительно линии начала отсчета времени. Следовательно, ЭДС



изменяется по синусоидальному закону и

 -

- амплитуда ЭДС. График изменения ЭДС *е* при вращении рамки показан на рис. 3.2.

S







V



N

Рис. 3.1.

Вращаем рамку в магнитном поле и получаем синусоидальную ЭДС.











Рис. 3.2.

Рамка вращается и в ней наводится ЭДС по синусоидальному закону.

**3.3. Основные величины, характеризующие синусоидальные функции времени.**

В линейных цепях синусоидального тока напряжение, и ЭДС, и ток являются синусоидальными функциями времени:

;

; (3.1)

.

здесь - соответственно *мгновенные значения* напряжения, ЭДС, тока, т.е. значения этих величин в рассматриваемый момент времени; , , - аргументы синусоидальных функций, называемые *фазой или фазовым углом.* Фаза отсчитывается от точки перехода синусоидальной через ноль к положительному значению. Синусоидальные напряжение *u* и ток i показаны на рис. 3.3.







Рис. 3.3

Напряжение и ток с разной начальной фазой.

Как следует из (3.1), каждая синусоидальная функция определяется тремя параметрами:

*амплитудой*  (максимальное значение синусоидальной функции);

*угловой частотой*  (скорость изменения аргумента синусоидальной функции), где  - рад/сек;

*начальной фазой* - (значение аргумента синусоидальной функции в момент начала отсчета времени, т.е. при t=0) в радианах или градусах.

Кроме того, для характеристики синусоидальных функций времени используются следующие величины:

1. период  - наименьший интервал времени, по истечению которого мгновенные значения периодической функции повторяются;
2. *частота* , т.е. число периодов в секунду. Единица измерения – частоты – герц (Гц). Бытовое электричество имеет частоту 50 Гц. Если мы коснемся оголенного провода электророзетки, то по нашим рукам потечет ток, который за секунду сменит 50 раз направление на «туда-сюда». Какие при этом возникают ощущения многие из нас знают.
3. *сдвиг фаз между напряжением и током*  - алгебраическая величина (величина с знаком), определяемая как разность начальных фаз напряжения и тока: (именно от фазы напряжения отнимается фаза тока, если , то  и наоборот)
4. *действующее значение*- напряжения, ЭДС, силы тока. Эти величины вводятся потому, что мгновенные значения в разные моменты времени разные и трудно различать синусоидальный ток разной величины.

*Действующее значение переменного тока* –*это среднеквадратичное значение электрического тока за период, численно равное значению такого эквивалентного постоянного тока, при котором на сопротивлении выделяется такое же количество теплоты, как и при переменном токе.*

По закону Джоуля – Ленца количество теплоты выделенное за период , т.е. пропорционально площади прямоугольника со сторонами и Т (рис. 3.4), который заменяет площадь графика . Очевидно, что

i







Рис. 3.4.

Действующее значение тока определяется из равенства площадей фигур под  и .

это равенство возможно при условии

, т.е.

 (3.2)

Важно знать, что в паспорте электротехнических устройств синусоидального тока указаны действующие значения напряжений и токов и что большинство приборов, применяемых для измерения напряжений и токов, градуированы в действующих значениях.

Так, если вольтметр показывает 220 В, то истинное значение напряжение колеблется от 220х1,4=308 до – 308 В.

**3.2. Представление синусоидальных функций в различных формах**.

*Аналитическое представление* формой (3.2) крайне неудобно, так как алгебраические действия с тригонометрическими функциями приводят к громоздким вычислениям. Предположим нам надо сложить два синусоидальных тока

 и , тогда сумма



где ;



*Представление синусоидальных функций при помощи векторов*. Оно позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения и широко применяется при объяснении физических процессов и выводе основных соотношений

В прямоугольной системе координат рис. 3.3 отложим вектор . Длина вектора должна быть равна амплитуде тока, а угол наклона к оси абсцисс – начальной фазе тока  . Его проекция на ось ординат 

равна мгновенному значению тока в момент времени , т.е. . Будем вращать вектор  с постоянной угловой скоростью  вокруг начала координат против направления движения часовой стрелки. За время t вектор  повернется на угол относительно начального положения, так что угол наклона к оси абсцисс станет равным 

**3.1. Без комплексных чисел не обойтись.**

Дифракцию без комплексных величин мы не осилим. Придется преодолеть неприязнь к этим непонятным странным числам, изучить их, восхитится тем, какие мощные возможности они дают при изучении сложных процессов, а далее смело их применять хоть в оптике, хоть в электротехнике.

Итак, знакомое со школы определение комплексного числа

Z = x+iy, (3.1)

где x – действительная, или как часто пишут, x = Rez;

y – мнимая часть комплексного числа, или y = Imz;

i - мнимая единица, , или = -1. (3.2)

Изобразим число z графически. По оси абсцисс отложим величину действительной части комплексного числа z в виде вектора x, по оси ординат – величину мнимой части комплексного числа z в виде вектора y. Результат сложения этих векторов будет вектор Z – исходное комплексное число. Значит условную запись (3.1) можно перевести на «рабочее-крестьянский» язык так: Z – это вектор, который получается путем сложения вектора x и вектора y, а i означает, что эти вектора x и y перпендикулярна друг другу. Вот так пропадает страх к комплексным числам, если мы понимаем, что (3.1) – это условная запись сложения двух векторов x и y.

Рис. 3.1.

Комплексное число – это вектор, который получается из сложения двух взаимно

перпендикулярных векторов.

Из рисунка (3.1) видно, что комплексное число, как любой вектор имеет величину r и направление  относительно заданных декартовых координат:

 (3.3)

 (3.4)

Длину вектора z - r называют модулем комплексного числа  и пишут

 (3.5)

Угол наклона вектора Z аргументом комплексного числа, который можно определить как (3.4) или



(3.6)



Приметим одну особенность. Вычислим модуль реального числа

Z = x+i0=x

 (3.7)

Значит модуль реального числа – это то же самое число. Однако для комплексного числа такой вывод опрометчив (см. (3.5).

Теперь введем понятие комплексно – сопряженного числа  (просим не путать со словом «запряженный», запрягают лошадь в телегу, а мы элегантно сопрягаем:

=x – iy (3.8)

Это число обладает полезным для нас свойством

 (3.9)

Из (3.9) черпаем важную информацию, которая пригодится нам в дальнейшем: для того чтобы вычислить модуль комплексного числа достаточно умножить его на комплексно-сопряженное. Причем не важно, действительное это число ли комплексное (т.е. содержит в себе часть с мнимой единицей или нет).

Теперь вспомним разложение в ряд функции 

 (3.10)

Кто не вспомнил, загляните в справочники. Можно и проверить формулу, чтобы иметь «железо-бетонную» уверенность в ее правильности. Вычислим число e, положив x=1



Получили нечто похожее на правильный ответ, а главное, научились рассчитывать число e с любой наперед заданной точностью!

Положим , и получим



Далее учтем из (3.2), что    и т.д., выделим действительную и мнимую часть



Опять, в том же справочнике, к своему удивлению узнаем, что действительная часть - разложение  в ряд, а мнимая часть - . Поэтому окончательно получаем известную формулу Эйлера

 (3.11)

Теперь можно слегка передохнуть, погордиться собой, как никак идеи Эйлера стали понятны. Теперь попытаемся разобраться, зачем же нам понадобилась формула Эйлера (3.11) Вспомним определение комплексного числа (3.1), его модуля (3.3), а так же рис.3.1, из которого ясно, что

.

Итак, мы получили запись комплексного числа в показательной форме. И чем же хороша эта форма? А тем, что из нее сразу видно то, что стоит перед экспонентой – это модуль (величина) комплексного числа, а то, что стоит в показателе за числом i-аргумент (направление) комплексного числа. Возможна и такая запись

Z=exp(i) (3.13)

А зачем нам все-таки нужна различная форма записи комплексных чисел? Предположим, нам надо сложить два комплексных числа. Берем числа в алгебраической форме и попросту складываем по отдельности действительную и мнимую часть:

 (3.14)

Перемножать и делить комплексные числа удобнее в показательной форме:

 (3.15)