Акустические волны в твердых телах

**1. Основные величины и уравнения**

Акустические волны в твердых телах представляют собой независимую комбинацию продольной  и поперечной  объемных волн. Особенности и характер распространения акустических волн в твердых телах определяются упругими свойствами твердых тел. Считаем твердое тело изотропным, его физические свойства в любом элементе объема одинаковы и тело не имеет неоднородностей или каких - либо включений. Кроме того, считаем, что электрические и магнитные поля отсутствуют. Известно, что под действием механических сил твердые тела изменяют свои размеры и форму (т.е. деформируются). Возможны различные деформации твердых тел - сжатие и растяжение, сдвиг, изгиб, кручение и т.д. Однако в теории упругости доказывается, что все виды деформации могут быть сведены лишь к двум - к растяжению (сжатию) и сдвигу. Между силами, приложенными к твердому телу, и возникшими в нем деформациями существует количественная связь. Рассмотрим это на примере металлического круглого стержня длиной  и диаметром . Под действием переменной силы растяжения и сжатия изменяется длина стержня. При малых деформациях закон Гука в линейной теории упругости имеет вид





где  - сила, действующая на стержень;

 - поперечное сечение стержня;

 - модуль продольной упругости (модуль Юнга);

 - механическое напряжение.

Напряжение вызывает деформацию с коэффициентом пропорциональности . При растяжении (сжатии) стержня диаметр его изменяется на величину . Отношение  к относительному изменению длины  есть величина постоянная. Это отношение называют коэффициентом Пуассона



Величина  принимает значения от 0.2 до 0.5, для металлов  примерно составляет 0.25, для материалов типа резина . Зная  и , можно описать упругие свойства изотропного твердого тела. Но чаще пользуются не , а так называемым модулем сдвига . Модуль продольной упругости E, модуль сдвига  и коэффициент Пуассона  не являются независимыми, между ними имеется соотношение



Модуль упругости E и  зависят от физических свойств твердого тела и не зависят от его размеров и формы. По порядку величины модули упругости E и  приближенно могут изменяться в пределах (0,01ё10)1011Н/м В общем случае в теории упругости пользуются пятью модулями упругости E, , , , , последний  - модуль объемной упругости был введен ранее (1.7).

Между всеми этими постоянными (модулями) упругости имеется связь (только две из этих постоянных являются независимыми):

, , .

Постоянные упругости представляют собой справочные данные.

Уточнение закона Гука связано с введением тензора напряжения и тензора деформации. Напряжение  (сила на единичный элемент поверхности) может действовать внутри тела не только по нормали к поверхности, как это имеет место в газе или жидкости, а имеет составляющие и по касательной к поверхности.

В декартовых координатах  напряжения, действующие на три плоскости перпендикулярно к этим осям, проходящие через рассматриваемую точку, имеют девять компонент  и образуют тензор напряжения (рис. 1).

Рис. 1



Первый индекс у  означает направление приложенного напряжения, второй - плоскость, перпендикулярную той, на которую оно действует.

Деформации, которые возникают под действием напряжений, образуют тензор деформаций. При деформации твердого тела изменяется расстояние между его точками, эти изменения, как правило, являются малыми. Изменение расстояния между двумя близкими точками служит характеристикой деформированного состояния. Вводится вектор смещения в точке 

,

где  - радиусы векторы, проведенные из начала координат, выбранного внутри тела, в близко расположенные друг от друга точки .

# Компоненты вектора смещения образуют тензор деформации

,  (1)

Тензор напряжений связан с тензором деформации уравнением состояния, которое для малых деформаций имеет вид закона Гука



Здесь - упругие модули, которые для изотропной среды определяются через постоянные упругости  и (постоянные Ламе)

,

где - символ Кронекера. И для изотропной среды закон Гука принимает вид:

 (2)

Изменения напряжений в пространстве вызывает ускорение элемента объема (частицы) твердого тела. Уравнение движения представляет собой второй закон Ньютона для элемента упругой деформированной среды. В левой части уравнения стоит произведение ускорения на массу единицы объема, в правой - объемная сила

 (3)

Уравнение закона Гука (2) и уравнение движения (3) упругой среды являются исходными уравнения для получения волнового уравнения.

**2. Волновое уравнение. Скорость L и T волн**

Задача распространения упругих волн в безграничном твердом теле решается подобно тому, как в газах и в жидкостях, на основе волнового уравнения с использованием граничных и начальных условий. Волновые уравнения для твердых тел выводятся, исходя из закона Гука (2) и уравнения движения (3). Представляя напряжение (2) с учетом (1) в уравнения движения (3), получим уравнение для вектора смещения (уравнения Ламе):

 (4)

Исходя из того, что любое векторное поле можно представить в виде суммы потенциальной и вихревой частей и такое представление единственное, запишем смещение  в виде

, (5)

где  и , так что  и это потенциальная часть, а  - вихревая часть смещения  и - скалярный и векторный потенциалы. Используя представление (5) из уравнения движения частиц (4) получаем два волновых уравнения

 (6)

 (7)

Уравнение (6) описывает распространение продольных  волн.

Их фазовая скорость

 (8)

Уравнение (7) описывает распространение сдвиговых (поперечных) упругих  волн со скоростью

 (9)

Скорости  и  связаны с упругими параметрами твердого тела, они не зависят от частоты. Следует заметить, что , обычно скорость  волн примерно в среднем составляет  от скорости  волн.

Для гармонических волн уравнения (6), (7) переходят в уравнения Гельмгольца

,

 (10)

где  - волновые числа для продольных и поперечных волн. Для одномерного случая плоской волны, распространяющейся в направлении оси x, вектор смещения записывается в виде



Векторные уравнения (10) сводятся к трем скалярным







Первое уравнение описывает распространение  волны, у нее смещение совпадает с направлением распространения акустической плоской волны. В поперечной волне, описываемой двумя другими уравнениями, компоненты вектора смещения  и  направлены перпендикулярно оси , вдоль которой плоская волна распространяется в твердом теле.

**3. Отражение и преломление акустических волн на границе раздела сред**

Законы отражения и преломления  и  волн на границе твердых тел значительно сложнее, чем такие законы для продольных волн на границе жидких и газообразных сред. На границе раздела твердых тел усложняются граничные условия - это непрерывность смещений и нормальных компонент элементов тензора напряжения. Если плоская волна падает нормально к плоской границе твердого тела, то законы отражения и преломления остаются теми же, что и для продольных волн на границе жидких и газообразных сред. Если волна падает под углом к границе раздела, то отражение и преломление существенно меняются по сравнению с продольными волнами в жидкостях и газах. Введем понятие поляризации для сдвиговых  волн. Волна  вертикально поляризована, если вектор смещения в этой волне лежит в плоскости падения. Волна  имеет горизонтальную поляризацию, если вектор смещения у такой волны перпендикулярен плоскости падения. Выделим три характерных случая отражения и преломления  и  волн:

В точке отражения происходит преобразование продольной падающей волны и формируются две отраженные волны - продольная  волна и сдвиговая волна  вертикальной поляризации. Для падающей  и отраженной  волн соблюдается равенство углов падения и отражения . Преломление также представлено двумя другими волнами - продольной волной  и сдвиговой  вертикальной поляризации. Таким образом происходит расщепление (трансформация) падающей  волны. Расщепление связано с изменением характера, направления и параметров движения частиц на поверхности твердого тела под действием падающей волны. При наклонном падении законы Снеллиуса примут вид

 (11)

волна упругость деформация напряжение

Здесь ,  - скорости  и  волн в первой среде, а  и  - скорости  и  волн во второй среде. Соответственно  - угол падения L волны,  - угол отражения  волны,  - угол отражения  волны, ,  - углы преломления  и  волн. Учитывая, что скорость поперечных волн меньше чем продольных, из (11) имеем: для отраженных волн , отсюда ; для преломленных  и . В первой среде коэффициенты отражения и трансформации как отношение амплитуд смещения соответствующих волн определяются из граничных условий.

 (12)

 (13)

Пусть скорость продольной волны во второй среде больше чем в первой (). Приравняв  из (11) находим критический угол падения , при котором  волна не переходит во вторую среду, а волна L’’ начинает скользить вдоль поверхности раздела, наблюдается полное отражение для L волн. При дальнейшем увеличении угла падения при  во второй среде нет и  волны. Она тоже начинает скользить по границе раздела. Полное отражение  наблюдается при угле падения °.

При  возможна ситуация, когда числитель выражения (12) равен нулю и , т.е. при некотором угле падения отраженной продольной волны нет, а есть только отраженная сдвиговая. Эта и другие ситуации преобразования типов волн используются в специальных преобразователях акустических волн.

На плоскую границу раздела падает сдвиговая  волна поляризованная в плоскости падения (xz). В этом случае волна также расщепляется. В первой среде возникают две отраженные волны - сдвиговая волна  и продольная волна , во второй среде - две преломленные  и  волны. Анализ здесь проводится аналогично первому случаю. Закон Снеллиуса запишется в виде



В этом соотношении  и ,  и ,  и . Коэффициенты отражения и трансформации

, 

Пусть скорость поперечной волны во второй среде больше чем в первой . Считая , находим первый критический угол падения , при котором волна L’’ распространяется вдоль поверхности раздела и наблюдается полное отражение. Приравняв , находим второй угол падения , при котором волна T’’ скользит вдоль границы и поле во 2-ой среде отсутствует. Полное отражение  наблюдается и при угле падения °. При  найдется угол падения, при котором , отраженной сдвиговой волны нет, а есть только отраженная продольная волна.

. Падающая сдвиговая  поляризована перпендикулярно плоскости падения. В этом случае трансформация такой волны в другие типы волн отсутствует, отражение и преломление происходят по обычным законам.

**4. Поверхностные акустические волны**

До сих пор шла речь об объемных акустических волнах  и , распространяющихся в объеме изотропного твердого тела. В 1885 г. английский физик Рэлей теоретически предсказал возможность распространения в тонком поверхностном слое твердого тела, граничащего с воздухом, поверхностных акустических волн, которые принято называть рэлеевскими волнами -  волнами. В задаче Рэлея ограничимся постановкой задачи и ее конечными результатами. Имеется плоская граница вакуум - изотропная твердая среда. Граница раздела совпадает с плоскостью , ось  направлена вглубь твердой среды.

Исходными для решения задачи являются уравнение движения Ламе (4) и граничное условие , где nj - компоненты единичной нормали к поверхности. На границе с вакуумом внешние силы Fi отсутствуют, а нормаль (рис. 3) имеет одну составляющую по z.

Для гармонических волн исходные волновые уравнения и граничные условия примут вид

, ,  (i=x,y,z).

Решение ищется в виде плоских гармонических волн, бегущих вдоль оси x в твердом полупространстве.







Для поверхностного эффекта амплитуды должны убывать вдоль нормали к границе



Первый тип решения поставленной задачи имеет вид



ux=0 uz=0

где В - амплитудная постоянная, определяемая условиями возбуждения волны. Такое решение соответствует однородной объемной (нет убывания амплитуды вдоль нормали к поверхности) сдвиговой волне поляризованной в направлении, перпендикулярном направлению распространения вдоль x и нормали к поверхности. Эта волна является неустойчивой в том отношении, что небольшие отклонения в постановке задачи (например, нагрузка поверхностным слоем или наличие в среде пьезоэффекта) могут сделать эту волну поверхностной. Второй тип решения задачи определяет поверхностную волну Рэлея.

 (14)

, (15)



где , , , , 

Волновые векторы ,  и  связаны между собой в силу граничных условий и рэлеевская волна представляет собой сложную акустическую волну.

Скорость рэлеевской волны определяется выражением

 (16)

При изменении коэффициента Пуассона примерно  скорость  изменяется от  до . Скорость  зависит только от упругих свойств твердого тела и не зависит от частоты и рэлеевская волна не обладает дисперсией. Амплитуда  волны быстро убывает с увеличением расстояния от поверхности. В рэлеевской волне частицы среды движутся согласно (14), (15) по эллиптическим траекториям, большая ось эллипса перпендикулярна поверхности и направление движения частиц на поверхности происходит против часовой стрелки относительно направления распространения волны. Рэлеевские волны были обнаружены при сейсмических колебаниях земной коры, когда были зарегистрированы три сигнала. Первый из них связан с прохождением продольной волны, второй сигнал связан с поперечными волнами, скорость которых меньше, чем у продольных волн. И третий сигнал обусловлен распространением волн по поверхности Земли. Кроме  волн существует целый ряд других типов поверхностных акустических волн (ПАВ). Поверхностные поперечные волны в твердом слое, лежащем на твердом упругом полупространстве (волны Лява), волны в пластинках (волны Лэмба), волны на искривленных поверхностях, клиновые волны и т.д. Энергия ПАВ сосредоточена в узком поверхностном слое толщиной порядка длины волны , они не испытывают (в отличии от объемных волн) больших потерь на геометрическое расхождение в объем полупространства и поэтому они могут распространяться на большие расстояния. ПАВ легко доступны для техники, как бы «их легко взять». Эти волны широко используются в акустоэлектронике.