**Содержание:**

Аннотация

Исходные данные

1. Применение основных теорем динамики механической системы

1.1 Постановка второй основной задачи динамики системы

1.2 Определение закона движения системы

1.3 Определение реакций внешних и внутренних связей

2. Построение алгоритма вычислений

3. Применение принципа Даламбера-Лагранжа и уравнений Лагранжа второго рода.

3.1 Составление дифференциального уравнения движения механизма с помощью принципа Даламбера-Лагранжа.

Анализ результатов

**Аннотация**

Дана механическая система с одной степенью свободы, представляющая собой совокупность абсолютно твердых тел, связанных друг с другом посредством невесомых растяжимых нитей, параллельных соответствующим плоскостям. Система снабжена внешней упругой связью с коэффициентом жесткости с. На первое тело системы действует сила сопротивления  и возмущающая гармоническая сила . Трением качения и скольжения пренебрегаем. Качение катков происходит без скольжения, проскальзывание нитей на блоках отсутствует. Применяя основные теоремы динамики системы и аналитические методы теоретической механики, определен закон движения первого тела и реакции внешних и внутренних связей. Произведен численный анализ полученного решения с использованием ЭВМ.

**Исходные данные:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| m = 1 кг |  |  |
| r = 0.1 мс = 4000 H/м |  |  |
|  |  |  |

**Часть 1. Применение основных теорем динамики механической системы**

**1.1 Постановка второй основной задачи динамики системы**.

Расчетная схема представлена на рисунке 1.

Здесь обозначено:

**;** **;**  **-** силы тяжести;

 - нормальная реакция опорной плоскости**;**

 **-** сила сцепления;

 - упругая реакция пружины;

 - реакция подшипников;

 - сила вязкого сопротивления;

- возмущающая сила.

Рассматриваемая механическая система имеет одну степень свободы (нити нерастяжимые, качение катка (3) происходит без скольжения). Будем определять ее положение с помощью координаты S. Начало отсчета координаты совместим с положением статического равновесия центра масс груза (1).

Для построения дифференциального уравнения движения системы используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы в форме:



 - сумма мощностей внешних сил;

 - сумма мощностей внутренних сил;

Тогда кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий тел,

(1.2) 

(1.3) Груз (1) совершает поступательное движение,  ;

(1.4) Блок (2) совершает вращательное движение,  , где 

(1.5) Каток (3) совершает плоскопараллельное движение,  , где 

Кинетическая энергия всего механизма равна:

(1.6) ;

Выразим - через скорость груза (1)

  

(1.7) ; ;

Подставляя кинематические соотношения (1.7) в выражение (1.6), получаем:

(1.8) 

(1.9) 

;

Найдем производную от кинетической энергии по времени:

(1.10) 

Вычислим сумму мощностей внешних и внутренних сил. Мощность силы равна скалярному произведению вектора силы на скорость в точке ее приложения;

(1.11) 

Рассматриваемая нами механическая система является неизменяемой, т.е. тела, входящие в систему, недеформируемые и скорости их точек относительно друг друга равны нулю. Поэтому сумма мощностей всех внутренних сил будет равняться нулю:

(1.12) = 0;

Будут равняться нулю и мощности следующих внешних сил, приложенных в точках, скорости которых равны нулю:



Сумма мощностей остальных внешних сил:

(1.13) 

С учетом кинематических соотношений (1.7) сумму мощностей внешних сил определим:

(1.14) 

где приведенная сила.

Упругую силу считаем пропорциональной удлинению пружины, которое равно сумме статического и динамического  удлинений:

(1.15) 

Сила вязкого сопротивления , тогда

(1.16) 

В состоянии покоя системы приведенная сила равна нулю. Полагая в (1.16) S=0, =0 и F(t)=0, получаем условие равновесия системы:

(1.17) 

Отсюда статическое удлинение пружины равно:

(1.18) 

Подставляя (1.18) в (1.16), получаем окончательное выражение для приведенной силы:

(1.19) 

Подставив выражения для производной от кинетической энергии и сумму мощностей всех сил с учетом (1.19) в (1.1), получаем дифференциальное уравнение движения системы:

(1.20) 

(1.21) 

где k циклическая частота свободных колебаний;



n - показатель степени затухания колебаний;



**1.2 Определение закона движения системы**

Проинтегрируем дифференциальное уравнение (1.20). общее решение этого неоднородного уравнения складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного :

S = + ;

Однородное дифференциальное уравнение, соответствующее данному неоднородному, имеет вид: 

Составим характеристическое уравнение и найдем его корни:



т.к. n < k => решение однородного уравнения имеет вид:



где  частное решение дифференциального уравнения ищем в виде правой части: 

 далее получаем:



Сравнивая коэффициенты при соответствующих тригонометрических функциях справа и слева, получаем систему алгебраических уравнений для определения состояния А и В



Решая эту систему получаем следующие выражения:

 А = 0.04 м;

 В = - 0.008 м;

Общее решение дифференциального уравнения:



Постоянные интегрирования определяем из начальных условий, при t = 0 имеем:



Решая эту систему получаем:

 

 

**1.3 Определение реакций внешних и внутренних связей**

Для решения этой задачи расчленим механизм на отдельные части и изобразим расчетные схемы отдельно для каждого тела. Определение реакций связей проведем с помощью теоремы об изменении кинетического момента и теоремы об изменении количества движения.

Тело №1:  

Тело №2: 

Тело №3:  

C учётом кинематических соотношений (1.7) полученную систему уравнений преобразуем к вид:



Решая эту систему, получаем выражение для определения реакций связей:





**2. Построение алгоритма вычислений:**

(2.1) Исходные данные:



(2.2) Вычисление констант:















(2.3) Задание начального времени: t=0;

(2.4) Вычисление значений функций в момент времени t=0;







(2.5) Вычисление реакций связей:







(2.6) Вывод на печать значений искомых функций в момент времени t;

(2.7) Определение значения времени на следующем шаге 

(2.8) Проверка условия окончания цикла: 

(2.9) Возврат к пункту (2.4).

**3. Применение принципа Даламбера-Лагранжа и уравнения Лагранжа второго рода**

3.1 Применение принципа Даламбера-Лагранжа

Общее уравнение динамике системы есть математическое выражение принципа Даламбера-Лагранжа.



сумма элементарных работ всех активных сил на возможном перемещении системы;

 сумма элементарных работ всех инерции сил на возможном перемещении системы.

Изобразим на рисунке активные силы и силы инерции (рис.3)

Идеальные связи: 

Не учитываем, и не отображаем на расчетной схеме, поскольку по определению работа их реакций на любом возможном перемещении системы равна 0.

Сообщим системе возможное перемещение.



Вычисляя последовательно элементарные работы активных сил и суммируя получим:

(2) 

Найдём возможную работу сил инерции:



Запишем выражение для главных векторов и главных моментов сил инерции;



Используя кинематические соотношения (1.7), определим:



Теперь возможную работу сил инерции можно преобразовать к виду:



(3) 

Далее подставляя выражения (2) и (3) в (1), т.е в общее уравнение динамики получаем



Поделив это уравнение на , получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний системы:



**Анализ результатов**

В данной курсовой работе мы исследовали динамическое поведение механической системы с использованием основных теорем и уравнений теоретической механики. Дифференциальное уравнение движения механической системы получено тремя способами. Во всех случаях коэффициенты , n, k получились одинаковыми и совпали с компьютерной распечаткой, что говорит об их правильности. В процессе решения дифференциального уравнения данной механической системы были получены законы движения первого груза, его скорость и ускорение в зависимости от времени t. На основании этих зависимостей были определены законы изменения всех остальных характеристик механической системы, в том числе и реакции связей.